Matematik B - Htx
Undervisningsvejledning
Juli 2008

Vejledningen indeholder uddybende og forklarende kommentarer til læreplanens enkelte punkter samt en række paradigmatiske eksempler på undervisningsforløb. Vejledningen er et af ministeriets bidrag til faglig og pædagogisk fornyelse. Det er derfor hensigten, at den ændres forholdsvis hyppigt i takt med den faglige og den pædagogiske udvikling.
Citater fra læreplanen er anført i kursiv.

Forord

Det er primært vejledningernes opgave at give konkrete forslag om, hvilket fagligt indhold og hvilke tilrettelæggelsesformer, der er egnet til at opfylde de kompetencemål, som er formuleret i læreplanen. Der er ikke tale om juridisk normative skrifter, men derimod om forslag til, hvorledes de normative bestemmelser i love og bekendtgørelser kan opfyldes.

Denne vejledning skal ses i sammenhæng med følgende bekendtgørelser:

- Bekendtgørelse nr. 743 af 30. juni 2008 om uddannelsen til højere teknisk eksamen (htx-bekendtgørelsen), herunder læreplanen bilag nr. 21 Matematik B.
- Bekendtgørelse nr. 754 af 25. juni 2007 om prøver og eksamen i folkeskolen og i de almene og studieforberedende ungdoms- og voksenuddannelser.
- Bekendtgørelse nr. 262 af 20. marts 2007 om karakterskala og anden bedømmelse.

I forhold til 2007-udgaven af denne vejledning er der ændringer i afsnit 4.2 prøveformer, så dette svarer til gældende bekendtgørelse.

Indholdsfortegnelse

Det obligatoriske B-niveau har i løbet af 1. og 2. år i alt 285 timer. Anbefalet timetal 130-140 timer 1. år, heraf skal mindst 40 timer indgå i grundforløbet.
Ved jævn fordeling af timerne på grundforløbet og 2., 3. og 4. semester vil eleven i gennemsnit have ca. 4 timer om ugen.
Elever, der ikke har matematik A som studieretningsfag, kan opnå matematik A-kompetencen ved at vælge matematik A som valgfag.
Vejledningen skal ses som en **uddybning** af htx-bekendtgørelsen og ligeledes som **inspirationskilde** til gennemførelse af undervisningen på teknisk gymnasium.

1 Identitet og formål

1.1 Identitet

Faget matematik består af både fagligt teoretiske, faglige og tværfaglige anvendelsesområder. Faget har stor betydning i et demokratisk samfund, hvor kendskab til matematiske metoder er en forudsætning for forståelsen af og deltagelsen i politiske beslutningsprocesser. Fagets praktiske dimension har stor vægt og består i, at man ved hjælp af matematiske teorier og modeller beskriver, analyserer og vurderer såvel tekniske, naturvidenskabelige og samfundsmæssige emner og relationer.

Matematikken bygger på folkeskolens matematik og skal bl.a. indgå i samspil med andre fag og som et redskab ved løsning af problemstillinger inden for de øvrige naturvidenskabelige fag. Endvidere skal der i undervisningen arbejdes med fagets teoretiske og ræsonnerende sider. Som selvstændigt fag har matematikken desuden en kulturbærende rolle. De metoder, der anvendes i forbindelse med matematikundervisningen, er centrale i forbindelse med al udvikling og efterprøvning af teknisk og teknologisk viden og anvendelse af prognoser til beslutninger og styring. Eleven lærer at give en vurdering af matematikkens anvendelse i dagligdagen.
I matematik anvendes it-værktøjer som naturlige hjælpemidler. Eleven anvender matematiske begreber, metoder og informationsteknologiske hjælpemidler i forbindelse med formulering, analyse og løsning af teoretiske og praktiske problemer.

1.2 Formål

Med udgangspunkt i praktiske og matematiske problemstillinger skal eleven erhverve sig såvel en formel som en reel studiekompetence. Faget medvirker til at udvikle elevens personlige kompetencer, herunder strukturering og logisk tænkning.
Arbejdet med matematisk stof skal lede frem til, at eleven opnår matematiske kompetencer, der sætter den enkelte i stand til at forstå, vurdere og træffe beslutninger i hverdags-, erhvervs- og studiemæssig sammenhæng.

I htx-læreplanen er fagets formål i uddannelsen beskrevet som både fagligt dannende og alment dannende. Faget har derved til formål at medvirke til elevens udvikling af både faglige og almene kompetencer. Undervisningen i faget skal også medvirke til at udvikle elevens faglige nysgerrighed og mod til at gå i gang med anvendelse af faget ved modellering af autentiske problemer. Desuden er det vigtigt at elevens forståelse af, at matematik optræder som et redskab overalt i dagligdagen og i medierne, øges.

2 Faglige mål og fagligt indhold

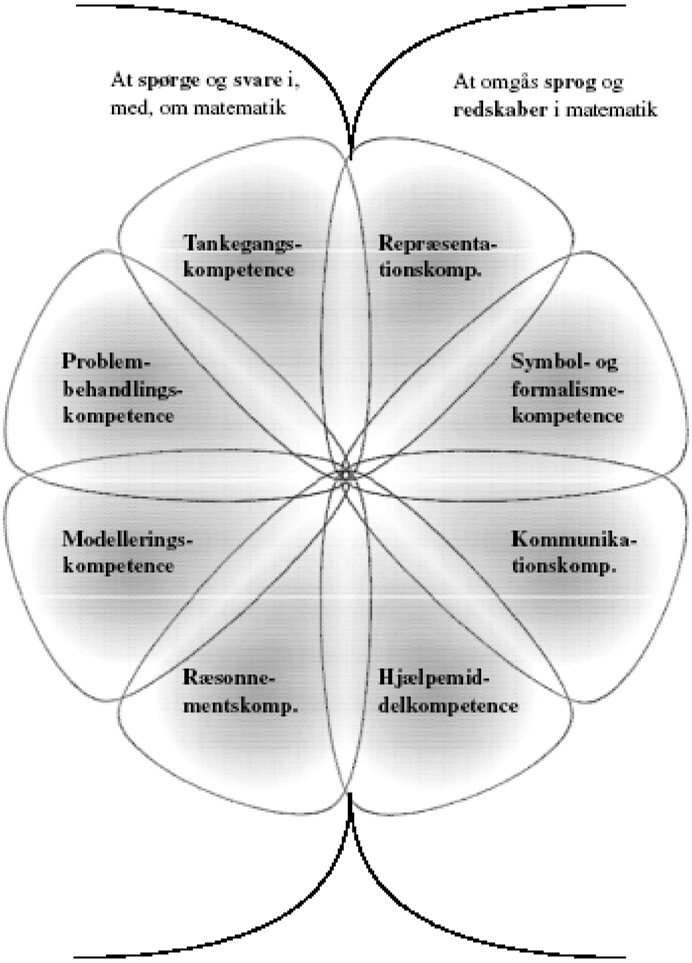
2.1 Faglige mål

Eleven skal

- *kunne opstille formler og funktionsudtryk ud fra en ikke-matematisk beskrivelse af problemer med variabelsammenhænge samt løse disse matematiske problemer og fortolke resultaterne.*
- *kunne opstille, løse og tolke simple geometriske problemer ved hjælp af såvel klassisk som analytisk geometri.*
- *kunne anvende vektorer i planen til løsning af problemer inden for matematik og de tekniske og naturvidenskabelige fag.*
- *kunne beregne, fortolke og anvende udtryk for såvel den afledede funktion som simple stamfunktioner, herunder forskellige fortolkninger af bestemt og ubestemt integral.*
- *opnå kendskab til matematisk tankegang, kunne foretage simple matematiske ræsonnementer og udføre enkle beviser.*
- *kunne veksle mellem et matematisk begrebs forskellige repræsentationer.*
- *kunne anvende matematiske teorier og metoder til at formulere, matematisere, analysere og løse praktiske problemer samt validere og dokumentere deres løsninger, primært inden for de tekniske og naturvidenskabelige fag.*
- *kunne anvende CAS-værktøjer og matematikprogrammer til såvel beregninger som dokumentation.*
- *kunne formulere sig i og skifte mellem det matematiske symbolsprog og det daglige skrevne eller talte sprog.*

Det er slutmålene for de to års undervisning i faget, der er angivet. Disse mål er formuleret med udgangspunkt i de faglige kompetencer, eleven skal besidde efter den samlede undervisning i matematik B. Alle målene skal nås, og rækkefølgen er ikke udtryk for en prioritering af målene. Det kan være en ide at opdele de endelige mål i nogle delmål, der gradvis opfyldes. Hvorvidt eleven har opfyldt fagets slutmål, undersøges ved den afsluttende prøve. Her bedømmes eleven i forhold til bedømmelseskriterierne, som kan betragtes som en operationalisering af fagets mål i forhold til evalueringen.

De matematiske kernekompetencer.
Fagets mål er beskrevet vha. kompetencer. I publikationen Kompetencer og Matematiklæring af Mogens Niss findes en uddybende beskrivelse af de 8 matematiske kernekompetencer. Nedenfor er disse kort skitseret:



Kilde: KOM-rapporten

Tankegangskompetence
Denne kompetence består i
- at være bevidst om, hvilke slags spørgsmål, der er karakteristiske for matematik og selv at kunne stille sådanne spørgsmål
- at have blik for hvilke typer af svar, som kan forventes.

Eksempel: Er det sandt, at man blandt rektanglerne med en bestemt omkreds kan opnå vilkårligt store arealer?

Problembehandlingskompetence
Denne kompetence består i
- at kunne opstille (opdage, formulere, afgrænse og præcisere) forskellige problemer, rene matematiske problemer såvel som problemstillinger fra matematik i anvendelse, åbne såvel som lukkede
- at kunne løse sådanne færdigformulerede matematiske problemer - egne såvel som andres (måske på forskellig måde).

Eksempel: Kan man få en trekant ud af tre vilkårlige sidelængder?

Modelleringskompetence
Denne kompetence består i
– at kunne analysere grundlaget for og egenskaberne ved foreliggende modeller
– at kunne bedømme deres rækkevidde og holdbarhed
– at kunne (af)matematisere
– at kunne udføre aktiv modelbygning og
– at bringe matematik i spil til behandling af anliggender udenfor matematikken selv.

Eksempel: Beskriv tilgængelige data for befolkning i perioden 1900 - 2000 ved hjælp af en vækstmodel.
Eksempel: En undersøgelse af, hvordan grundplanen for et hus kan se ud, hvis dets areal skal være 120 m^2

Ræsonnementskompetence
Denne kompetence består i
– at kunne følge og bedømme en kæde af matematiske argumenter fremsat af andre
– at kunne forstå, hvad et matematisk bevis er - skelne mellem hovedpunkter og detaljer.

Eksempel: Når man kvadrerer et tal, bliver resultatet altid større. Det gælder jo for alle de uendeligt mange hele tal, og så må det også gælde for alle andre tal.

Repræsentationskompetence
Denne kompetence består i:
– at kunne forstå og betjene sig af forskellige slags repræsentationer af matematiske objekter, fænomener, problemer eller situationer (symbolske, algebraiske, visuelle, geometriske, grafiske, geometriske, diagrammer, tabelmæssige)
– at kunne forstå de indbyrdes forbindelser.

Eksempel: Sammenhængen mellem tidsangivelser på ure med visere og digitale ure.
Eksempel: Sammenhængen mellem en vektors koordinater og vektorens længde og retning.

Symbol- og formaliseringskompetence
Denne kompetence består i
– at kunne afkode symbol- og formelsprog
– at kunne oversætte frem og tilbage mellem symbolholdigt matematisk sprog og naturligt sprog
– at kunne behandle og betjene sig af symbolholdige udsagn og udtryk - herunder formler.

Eksempel: konkludere for hvilke talsæt, ligningen $x(y + z) = xy + z$ er opfyldt.

Kommunikationskompetence
Denne kompetence består i
– at kunne sætte sig ind i og fortolke andres matematikholdige udsagn og “tekster”
– at kunne udtrykke sig på forskellige måder og på forskellige niveauer af teoretisk eller teknisk præcision om matematikholdige anliggender
– at kunne udtrykke sig skriftligt, mundtligt eller visuelt over for forskellige kategorier af modtagere.

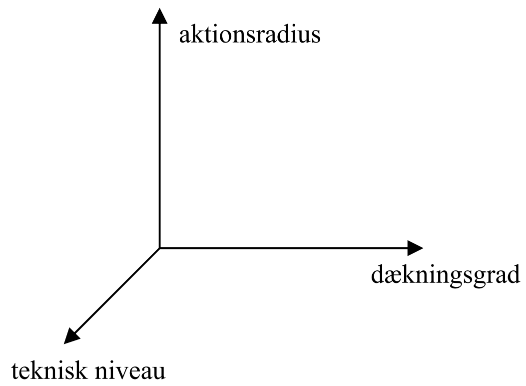
Hjælpemiddelkompetence
Denne kompetence består i

- at have kendskab til eksistensen og egenskaberne ved diverse former for relevante redskaber til brug for matematisk virksomhed
- at have indblik i redskabers muligheder og begrænsninger i forskellige situationer
- at være i stand til at betjene sig af hjælpemidlerne.

Eksempel: Konkrete materialer af forskellig art til begrebsdannelse og undersøgelse af sammenhænge. Lommeregner, computer, software som regneark, geometriprogrammer.

I planlægningen og udførelsen af undervisningen er det derfor vigtigt at fokusere på kompetencerne. Eleverne opnår matematikkompetencer gennem arbejdet med kernestof og supplerende materiale. Det kan anbefales at man i begyndelsen fokuserer på en enkelt eller få kompetencer af gangen og gradvist øger antallet. Man kan med fordel delagtiggøre eleverne i kompetencebeskrivelsen og diskutere hvilke kompetencer, der skal fokuseres på inden for et givet forløb.
For at øge bevidstheden om kompetencebeskrivelsen kan man f.eks. oprette en studiekreds blandt fagkollegerne, hvor begreberne diskuteres og afklares, og man kan kompetencebeskrive projektoplæg, opgaver og undervisningsforløb for at afdække i hvilket omfang, de alle kommer i spil.

Ved evaluering af elevens besiddelse af kompetencer, kan nedenstående 3-dimensionale beskrivelse benyttes:



Dækningsgraden fortæller i hvor høj grad de aspekter, som karakteriserer kompetencen, er dækket hos eleven, dvs. hvor mange af disse aspekter, han eller hun kan aktivere i forskellige situationer, og med hvor høj grad af selvstændighed aktiveringen kan ske.
Aktionsradius udgør det spektrum af sammenhænge og situationer eleven kan aktivere kompetencen i.
Det *tekniske niveau* bestemmes af, hvor begrebsligt og teknisk avancerede områder og værktøjer eleven kan aktivere den pågældende kompetence overfor.

2.2 Kernestof

Nedenstående rækkefølge af kernestoffet er ikke et udtryk for en anbefalet rækkefølge. Det er helt op til den enkelte underviser at vælge en rækkefølge, der giver mulighed for størst mulig sammenhæng med elevens øvrige fag.

Kernestoffet er:

– *regningsarternes hierarki, reduktion, ligningsløsning, både analytisk og grafisk, regler for regning med potenser, rødder og numerisk værdi.*

Denne del af kernestoffet er ikke tænkt som et afgrænset forløb, hvor eleverne udelukkende træner opgaver i ”at regne”. Derimod er det medtaget for at fastholde fokus på nævnte emner, der er en vigtig forudsætning for at kunne opnå mange af de matematiske kernekompetencer. Som eksempler kan nævnes manipulation med tal og bogstaver i bevisførelse, forståelse for grundmængdens størrelse ved modellering osv.

Der indgår brugen af parentesreglerne og udregning af flerleddede udtryk svarende til kvadratet på en toleddet størrelse og to tals sum gange to tals differens. Potensregneregler både med rationel og hel eksponent. Ligeledes indgår de grundlæggende regler for løsning af ligninger og uligheder, herunder bestemmelse af grundmængde og løsningsmængde og korrekt brug af matematisk notation. Begrebet numerisk værdi introduceres, og eleven løser ligninger, hvor numeriske størrelser indgår og ligninger, hvori indgår rodtegn.

Man må vurdere, hvilke eksempler og beviser, der bedst kan bibringe eleven de ønskede kompetencer. Således er der intet krav om at man følger en bestemt lærebog slavisk og medtager alle beviser.

Det kan det anbefales, at den almindelige algebra og løsning af ligninger og uligheder integreres i arbejdet med funktioner.

– *definition af cosinus, sinus og tangens ved hjælp af enhedscirkel, hvor vinkelmål er i grader*
– *Geometriske og trigonometriske beregninger i retvinklede og vilkårlige trekanter i forbindelse med plane og rumlige figurer (prisme, cylinder, kegle, keglestub, pyramide, pyramidestub, kugle, kugleudsnit og kugleafsnit). Beregning af volumen og overfladeareal af de nævnte figurer.*

Cosinus og sinus kan introduceres ud fra ligedannede trekanter eller ud fra koordinaterne til punkter på enhedscirklen. Tangens introduceres både som kvotienten mellem sinus og cosinus og ud fra tangenten til enhedscirklen. Begreberne tydeliggøres ved arbejde med trekantberegning. Simple trigonometriske ligninger og formler indgår i undervisningen. Her skal der lægges vægt på brugen af kontroltegninger.
Grundlæggende begreber som punkt, linje og vinkel (også vinkler ved cirkler). Linjer, cirkler og punkter i forbindelse med trekanten indgår i undervisningen. Der arbejdes med Pythagoras´ læresætning og regulære polygoner, herunder eftervisning af vinkelsum ved regulære polygoner.
Ved udledning af formlerne for overfladeareal og rumfang af de nævnte figurer, kan eleverne inddrages i et induktivt forløb, hvor de med hjælp, selv kan udlede mange af formlerne. F.eks. kan eleven lave udfoldninger af cylinder, kegle og keglestub og derigennem bestemme udtryk for overfladearealerne. I arbejdet med integralregning kan emnet tages op (igen) og flere af areal- og volumenformlerne udledes.

– *Analytisk beskrivelse af linjer, parabler og cirkler i passende valgte koordinatsystemer.*

Opstilling af ligninger for linjer, parabler og cirkler. Eleven skal f.eks. kunne opstille en ret linjes ligning ud fra et punkt på linjen samt en hældning og kunne afbilde den grafisk.
Eleven skal på baggrund af centrumskoordinater og radius kunne opstille cirklens ligning og kunne omskrive en given ligning for en cirkel til et udtryk, hvoraf centrum og radius kan aflæses.
Der kan arbejdes med skæring mellem linjer, mellem cirkel og linje samt mellem cirkler. Skæringer mellem graferne og med koordinatakserne.
Parallelle og ortogonale linjer.

- *Geometrisk og analytisk vektorregning i planen, herunder: vektorkoordinater, skalarprodukt, projektion af vektor på vektor, opløsning i komposanter, ligninger for linjer, afstande og vinkler i planen*

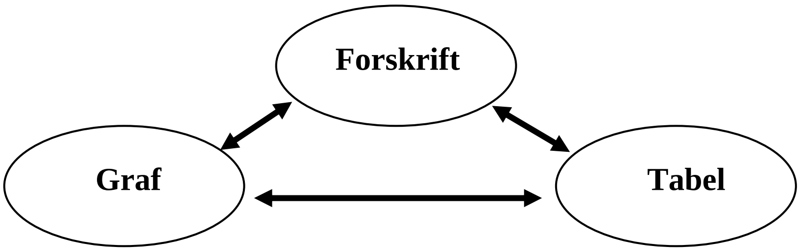
Der arbejdes med grundlæggende begreber fra vektorregningen, herunder ligevægt, trekantens areal, linjens ligning og parameterfremstilling. Afstande mellem punkter, linjer samt afstand fra punkt til linje.

- *Funktionsbegrebet samt undersøgelse af karakteristiske egenskaber ved funktioner bestående af polynomier og potensfunktioner, herunder det grafiske forløb, definitionsmængde og værdimængde, nulpunkter, monotoniforhold, lokale ekstrema.*
- *Bestemmelse af sammensat og invers funktion.*
- *Bestemmelse af funktionsforskrifter ved regression under anvendelse af it.*

Eleven skal have forståelse af funktionsbegrebet og tilhørende definitioner og anvendelser, herunder invers funktion, sammensatte funktioner og funktioner, hvori der indgår numerisk værdi og rodtegn.

Der kan arbejdes med løsning af ligninger og uligheder, hvor de ovenfor nævnte funktioner indgår.

En del af undervisningen er bestemmelse af funktioners forskrifter ved opstilling og løsning af ligningssystemer eller ved regression. I denne forbindelse kan man fokusere på modelleringskompetencen gennem arbejdet med opstilling af funktionsforskrifter ud fra givne data f.eks. målepunkter og differentialkvotienter. Ved påvisning af f.eks. en potenssammenhæng arbejdes med afbildning af funktioner i dobbeltlogaritmisk koordinatsystem. Dette er en mulighed for at tale om repræsentationer:



- *Begreberne kontinuitet og differentiabilitet samt definition og fortolkning af differentialkvotient som en (vækst)hastighed.*
- *Beregning af differentialkvotienter for ovennævnte funktioner samt regneregler for differentiation af sum, differens, produkt og kvotient af to funktioner, sammensætning af to funktioner samt omvendt funktion.*
- *Differentialregnings sammenhæng med optimering*

Differentialkvotienten kan introduceres som tangenthældning, hvor tangenten er den rette linje, der bedst tilnærmer grafen i et lille område omkring et givent punkt. Derefter kan den beskrives som grænseværdi til en differenskvotient. Eleven opstiller tangentligninger. Med udgangspunkt i praktiske problemstillinger anvendes differentialkvotienten til at finde maksimums- og/eller minimumsværdier.

- *Integration af polynomier og potensfunktioner, herunder arealberegning ved integration.*
- *Regneregler for integration af sum og differens af to funktioner samt funktion multipliceret med konstant.*

Integration kan indføres som det "omvendte" af differentiation. Sammenhængen med fysik, hvor integration kan benyttes til at bestemme f.eks. vejlængde, når hastigheden eller accelerationen er kendt, kan bruges som motivation. Stamfunktionen indføres sammen med integrationsprøven. Definition af højre- og venstresummer (eller over- og undersummer) kan nævnes. Her er CAS-værktøjet en stor hjælp, når eleven skal opleve hvordan summerne nærmer sig arealet under kurven, når inddelingen bliver "fin nok". Enkle regneregler vises og simple funktioner af ovennævnte type integreres.

- *Beregning og symbolbehandling med it.*
- *Skriftlig dokumentation ved hjælp af it med korrekt matematisk notation.*

En uddybning af dette punkt findes under **3.3 arbejdsformer**/*skriftligt arbejde* og **3.4 It**

2.3 Supplerende stof

Det supplerende stof skal have et omfang svarende til 20% af den samlede uddannelsestid og skal udvælges således, at det
- *medvirker til opnåelse af de faglige mål*
- *inddrager matematisk teori, der udgør en progression i forhold til kernestoffet*
- *perspektiverer områder fra kernestoffet og udbygger de faglige mål, der er erhvervet herfra.*

Som supplerende stof kan både vælges helt nye emner, eller uddybning/viderebearbejdning af områder fra kernestoffet. Dele af det supplerende stof vælges i samarbejde med klassens øvrige lærere, så samarbejde muliggøres. Progressionen skal ses både i forhold til emner og kompetencer.

- *udvider elevens funktionsbegreb gennem arbejdet med funktionstyper såsom: trigonometriske funktioner, logaritmefunktioner og eksponentialfunktioner/eksponentielle udviklinger*

Mange af disse funktionstyper kan introduceres gennem arbejdet med modeller. Der kan arbejdes med vækstbegrebet. Radianbegrebet kan introduceres i sammenhæng med de trigonometriske funktioner herunder harmoniske svingninger.

- *understøtter udviklingen af elevens opfattelse af, at matematik kan anvendes i flerfaglige sammenhænge gennem udvælgelse af områder, der medvirker til udvikling af mål i øvrige fag, og hvor tværfagligt samarbejde med disse fag vil være naturligt.*

Her kan nævnes:

- Vekselstrøm: harmoniske svingninger
- Lydtryksberegninger: eksponentalfunktioner
- Newtons love, det skrå kast og cirkelbevægelse: parameterfremstilling for forskellige typer grafer f.eks. linjen, parablen og cirklen
- Afkøling og afladning af kondensator: eksponentielle udviklinger
- pH-beregninger: logaritmefunktioner
- Samfundsfag og biologi: deskriptiv statistik og eksponentielle udviklinger i forbindelse med vækst
- Statik og styrkelære: udbøjningskurver.

3 Tilrettelæggelse

Planlægning af undervisningen

Grundforløbet:
Før skoleårets start udarbejdes en undervisningsplan for grundforløbet med bl.a. rækkefølge og fordeling af valgte emner fra kernestoffet og det supplerende stof, en plan for aflevering af opgaver, herunder almindelige skriftlige afleveringer og eventuelt projektopgaver.
I samarbejde med lærerne for de øvrige fag fastlægges rækkefølgen af emnerne.
I bekendtgørelsen er der ikke lagt op til en fordeling af emnerne på 1. og 2. år. Rækkefølgen af emner bør fastlægges under hensyn til forløb, hvor flere fag spiller sammen, og hvor matematik skal indgå. Det kan anbefales, at der i grundforløbet anvendes ca. 15 % af den samlede elevtid, der er afsat til skriftligt arbejde. Aflevering af opgaver koordineres med de øvrige fag, således at elevens arbejdsbelastning bliver jævnt fordelt i undervisningsperioden. Det anbefales at eleven allerede løser en projektopgave i løbet af grundforløbet. Denne projektopgave må gerne være med færre frihedsgrader end projektopgaverne senere i uddannelsen. Eleven skal gradvis indføres i, hvordan en projektrapport opbygges. Det kan være en idé at lade eleven aflevere mindre dele af denne rapport. Disse kommenteres og eleven har mulighed for at rette delene til, før den til slut afleveres som en samlet rapport.

Matematik i studieretningsforløbet (2., 3. og 4. semester)
Før starten af 2.semester udarbejdes en undervisningsplanplan for undervisningen i studieretningsforløbet med bl.a. rækkefølge og fordeling af emnerne fra kernestoffet og de valgte emner fra det supplerende stof samt en plan for aflevering af opgaver, herunder almindelige skriftlige afleveringer og projektopgaver. Rækkefølgen af emnerne bør fastlægges under hensyn til de forløb, hvor fagene spiller sammen. Denne plan skal samtidig synliggøre hvilke emner, der skal indgå i studieområdet. Hvis man i studieretningen har kemi som studieretningsfag, vil det være naturligt at vælge logaritme- og eksponentialfunktioner som supplerende stof, har man samfundsfag vil deskriptiv statistik og statistiske tests være relevant, samme emner kan bruges sammen med eksponentielle udviklinger i biologi etc. Se også afsnittet om det supplerende materiale.

3.1 Elevens faglige forudsætninger

De centrale kundskabs- og færdighedsområder i folkeskolen er:
- Arbejde med tal og algebra.
- Arbejde med geometri.
- Matematik i anvendelse.
- Kommunikation og problemløsning.

Matematikken i htx-uddannelsen er kendetegnet ved praktisk anvendelse, hvilket stemmer godt overens med ovenstående kundskabs- og færdighedsområder.

Fagets praktiske dimension har stor vægt og består i, at man ved hjælp af matematiske teorier og modeller beskriver, analyserer og vurderer såvel tekniske, naturvidenskabelige samt samfundsmæssige emner og relationer.

Overgangen fra folkeskole til htx kan virke overvældende på mange elever. Derfor skal den indledende undervisning planlægges således, at den gradvis vænner eleven til fagets undervisnings- og arbejdsmetoder. I starten bør emnerne tilrettelægges således, at anvendelsesaspektet virker motiverende og har en central plads i undervisningen.

3.2 Didaktiske principper

Arbejdet med matematik foregår som en vekselvirkning mellem teori og anvendelser, der har udgangspunkt i teknisk-naturvidenskabelige problemstillinger.
Under benyttelse af såvel deduktive som induktive undervisningsprincipper beskæftiger eleven sig med den teori, der anvendes til løsning af et givet problem. Eleven skal gennem arbejdet med matematiske beviser stifte bekendtskab med matematisk deduktion. Samtidig er det vigtigt, at eleven gennem matematikfaglig virksomhed oplever, at en eksperimenterende tilgang til faget styrker forståelsen af det teoretiske stof. Her spiller benyttelsen af CAS-værktøjer en væsentlig rolle. Ved at øge graden af selvstændighed og arbejde med dele af stoffet på forskellige abstraktionsniveauer øger eleven sin studiekompetence.
Eleven skal opfatte matematik som et fag, der kan bruges til løsning af problemer i andre fag. Her tænkes på praktiske problemer fra teknikfagene og mere teoretiske problemstillinger fra de naturvidenskabelige fag. Ved hjælp af induktive arbejdsmetoder og problemløsningsværktøjer hentet fra matematikken skal eleven arbejde med at analysere, opstille løsningsmodeller og vurdere de opnåede resultater inden for såvel matematik og de naturvidenskabelige fag som teknologifaget.

Undervisningen tilrettelægges så matematiklæringen foregår på forskellige måder. I nogle sammenhænge er det nødvendigt at se matematikken opbygget aksiomatisk med definitioner, sætninger og beviser. I andre sammenhænge er det vigtigt at eleven selv søger, bearbejder og anvender informationer og selv reflekterer, således at læring opnås. Det vil ofte være hensigtsmæssigt at undervisningen i starten er præget af induktive metoder. Det er altså eleven, der i sit arbejde føler behov for ny viden, og dette berettiger introduktion af nyt stof. For at kunne løse et konkret problem er det behovet for denne nye viden, der motiverer indlæringen af stoffet.

Senere i undervisningsforløbet vil man naturligt udvide mængden af deduktive undervisning. Viden opbygges og eleven afsøger derefter anvendelsesområderne for denne viden.

Undervisningsformen tilrettelægges med mulighed for kobling mellem teori og praksis og med henblik på maksimal elevaktivitet.

3.3 Arbejdsformer

Der arbejdes med praktiske problemstillinger, hvor matematikken anvendes som redskab til at analysere og matematisere. Undervisningen er såvel emne- som projektorienteret, og eleven vil arbejde skiftevis selvstændigt og i grupper. Projektopgaverne og arbejdet med disse tilrettelægges med progression således, at eleven får stadig større mulighed for at vise overblik og selvstændighed.
Der arbejdes med mundtlig fremstilling.
Eleven arbejder ligeledes med den skriftlige dimension af faget, hvor fokus i stigende grad lægges på matematisering og en naturlig brug af diverse hjælpemidler. Det er væsentligt, at eleven dokumenterer sit arbejde.

Undervisningen kan foregå som en vekselvirkning mellem klasseundervisning med læreroplæg, individuelle træningsøvelser, individuelle opgaver, gruppeopgaver, arbejde i læsegrupper, projektarbejde og elevfremlæggelse. Så vidt det er muligt bør undervisningen tage udgangspunkt i den enkelte elevs faglige niveau og tilgang til faget. Generelt bør undervisningen bygges op således, at eksempler med udgangspunkt i praktiske problemstillinger har en central plads. Arbejdet i læsegrupper kan f.eks. foregå i 3 mandsgrupper, hvor hver gruppe skal gennemarbejde og efterfølgende præsentere et emne for klassen. Produktkravene til et gruppearbejde kan være en mundtlig formidling med tavlegennemgang, mundtlig fremstilling med en skærmpræsentation, udarbejdelse af skriftligt materiale eller kombinationer af disse.

Det er vigtigt, at man giver eleven mulighed for at udtrykke sig mundtligt, så det talte sprog udvikles og trænes. Det kan ske ved (tavle)fremlæggelse, klassediskussioner eller blot besvarelse af spørgsmål i undervisningen.

Skriftligt arbejde

Formålet med det skriftlige arbejde er at
- *bearbejde matematiske problemstillinger og hermed bidrage til elevens fordybelse i stoffet*
- *opøve skriftlig formidling, herunder korrekt matematisk sprog og symbolbrug*
- *give eleven mulighed for at dokumentere sine matematiske kompetencer*
- *give grundlag for lærerens evaluering af elevens standpunkt og elevens vurdering af eget standpunkt*
- *opøve systematik og give mulighed for overblik*

Opgaverne kan formuleres som test, gruppeopgaver eller individuelle opgaver.
Ved formuleringen skal der tages højde for, at opgaverne kan afleveres i flere omgange med fokus på forskellige aspekter.
Endvidere udfærdiger eleven et antal projektrapporter, der tilsammen dækker både kernestoffet og det supplerende stof. Projektarbejderne er større åbne opgaver, hvor eleven selv skal tage stilling til dele af opgavens forudsætninger og evt. indhold.
I løbet af de sidste 14 dage i undervisningen gennemføres et it-baseret afsluttende projekt, der ligger til grund for projektprøven i faget. Eleven får 12 timer til projektet.

Der skal gennem hele forløbet arbejdes med skriftligheden i matematik. Det skriftlige arbejde kan have mange former, som det også fremgår af det følgende. Det skal f.eks. bruges til at undersøge om eleven kan håndtere fagets metoder og hjælpemidler på en fornuftig måde i forhold til målene.

Skriftligt arbejde kan omfatte udarbejdelse af:

- journal/ logbog
- afleveringsopgaver
- træningsøvelser
- projektrapport
- it-præsentation
- tests/ prøver

I grundforløbet introduceres eleven til fagets skriftlige fremstillingsformer. Her kan man overveje at anvende en portfolio, der består af notater fra undervisningen til læring af hensigtsmæssig notatteknik i faget. Læreren kan i perioder vælge at kommentere portfolioen i stedet for at rette en almindelig skriftlig opgave. Som dokumentation af mindre forløb og beregninger kan logbog eller journal anvendes. Træningsøvelser kan anvendes i den daglige undervisning til indlæring af konkrete færdigheder.
Der stilles obligatoriske opgaver med progression i sværhedsgrad. Hjemmeopgaver bør opbygges med et balanceret indhold mellem færdigheds- og anvendelsesorienterede opgaver og egentlige projektopgaver.
Det skriftlige arbejde kan evalueres på flere måder: eleverne kan rette egne eller hinandens opgaver. Ved at rette andres opgaver får eleven ofte øje på, hvor stor betydning dokumentation og korrekt notation betyder. Læreren kan også vælge på forhånd at melde ud, hvilke dele eller med hvilket fokus afleveringen bliver rettet. F.eks. kan man ved en projektrapport i særlig grad kommentere løsningsmodellen eller teoriafsnittet og gøre mindre ud af elevens beregninger. Ved et hjemmeopgavesæt kan det være brug af hjælpemidler eller simple matematiske ræsonnementer, der er i fokus.

De løsninger, der bestemmes ved hjælp af CAS-værktøjer bør opfattes som ligeværdige med de løsninger, der fremkommer uden, når blot løsningen er dokumenteret og om nødvendigt vurderet. Eleven skal være opmærksom på, at når mellemregninger udelades, og det vil ofte ske, når CAS-værktøjer er i brug, bør disse erstattes af en forklarende tekst. Det skal altid fremgå af besvarelsen hvilken matematik, der har været i brug, for at nå frem til den angivne løsning f.eks.benyttede regneregler eller sætninger. De ligninger, der løses, skal altid opskrives.

Hvad angår skriftlig dokumentation, er det vanskeligt at give en nøjagtig beskrivelse af, hvad der er tilstrækkeligt. Her må man vurdere, om eleven har redegjort for den matematik, der er anvendt og om eleven viser matematisk forståelse. Som et eksempel kan nævnes bestemmelse at en funktions maksimum. Her vil CAS-værktøjet nemt kunne beregne maksimum, men da monotoniforhold og disses sammenhæng med differentialkvotienten er en del af kernestoffet, har eleven først vist den anvendte matematik, hvis f.eks. differentialkvotienten opskrives og sættes lig med 0. Der kan henvises til ministeriets udgivelse:
"Vejledning om besvarelse af skriftlige opgaver i matematik på htx.- med særlig henblik på anvendelse af it."

Vejledningen er efterhånden temmelig gammel, og er på mange måder overhalet af udviklingen. Alligevel er der nogle gode overvejelser, der stadig er relevante.

Der udarbejdes projektopgaver, der er dækkende for både kernestoffet og det supplerende materiale. Projektopgaverne træner i særlig grad elevernes modelleringskompetence og deres kommunikationskompetence. Der bør lægges vægt på, at besvarelsen af en projektopgave fremstår som en helhed med en god kommunikationsværdi, hvilket vil sige, at besvarelsen kan læses og forstås, selv om læseren ikke kender opgaven på forhånd.

Det er vigtigt, at læreren udarbejder projektoplæggene på en sådan måde, at der i slutningen af forløbet lægges op til en besvarelse, hvor eleven kan demonstrere evnen til selvstændigt at analysere et givet problem og opstille en løsningsmodel. Oplæggene må derfor ikke ligne traditionelle matematikopgaver, hvor alle oplysninger er givet, og eleven ledes gennem besvarelsen med konkrete spørgsmål. Formålet med projektarbejdet er at uddybe elevens forståelse for teorien og træne eleven i at matematisere et praktisk problem. Der kan med fordel samarbejdes med de øvrige fag om projekter.

Arbejdet med et projekt kan foregå i grupper eller selvstændigt og afsluttes med en skriftlig besvarelse. Det anbefales, at der anvendes 2-3 timers uddannelsestid til igangsætning og afslutning af arbejdet med en projektopgave. Man kan også vælge at lade arbejdet med en projektopgave danne ramme om undervisningen i et emne. Det er således gennem arbejdet med opgaven, at eleven introduceres for nyt stof og gennemarbejder det. Projektopgaverne løses i perioder jævnt fordelt over uddannelsestiden, således at læreren kan anvende disse som element til variation af undervisningen. Gennem projektarbejdet forsøger eleven selvstændigt at finde en eller flere matematiske løsningsmodel(-ler), og læreren fungerer som vejleder. For nogle elever og grupper vil vejledningen foregå i mange små trin, mens andre vil kunne arbejde selvstændigt og kun have behov for meget lidt vejledning. Det er en balanceakt, som læreren bør indstille sig på i alle projektforløb.
Som nævnt bør der i de første projekter lægges op til den struktur, som eleven skal arbejde efter ved senere projektarbejder. Dermed introduceres eleven til at analysere, matematisere, opstille løsningsmodeller, dokumentere og konkludere så tidligt som muligt i undervisningsforløbet.

Besvarelsen af en projektopgave bør indeholde følgende hovedafsnit:

Opgaveanalyse:
En **kort** beskrivelse af hvad opgaven går ud på, samt hvilke oplysninger der er givet.

Hvis der f.eks. mangler oplysninger for at opgaven kan besvares, kan det være nødvendigt, at eleven på baggrund af de givne informationer formulerer egne antagelser eller indhenter relevante oplysninger.

Løsningsmodel(ler):
En handlingsplan for hvordan eleven tænker opgaven løst, herunder hvilken matematisk teori, der skal anvendes i den relevante situation og om muligt også en begrundelse hvorfor. Dette afsnit træner eleven i at bevæge sig op på et højere abstraktionsniveau end blot at kunne løse en konkret opgave.

Dokumentation:
Her skal selve opgaven løses og alle udregninger dokumenteres, beskrives og evt. illustreres.
Som en del af dokumentationen er det en god idé at lave et **teoriafsnit** (ikke i eksamensprojektet), hvor den benyttede teori opsummeres og udvalgte dele uddybes. Enkle beviser kan medtages. Denne del er et godt afsæt for den mundtlige prøve i faget.

Vurdering:
En diskussion af den fundne løsning i relation til opgaven, f.eks. de opstillede forudsætninger og antagelser.

Den skriftlige opgave, der ligger til grund for projektprøven i faget, er et it-baseret projekt, der gennemføres i løbet af de sidste 14 dage i undervisningen. Eleven skal have 12 timer til projektet, hvor eleven har adgang til alle hjælpemidler, herunder vejledning.

Ifølge bekendtgørelsen er der afsat 100 elevtimer til det skriftlige arbejde på matematik B.
Elevtiden til opgaver, hvor flere fag spiller sammen, aftales i lærerteamet. Timerne fordeles mellem de ovennævnte former for skriftligt arbejde.
En stor del af elevtiden skal eleven bruge på udarbejdelse af projektarbejder. Eleven bør løse mindst 6 projektopgaver. Besvarelserne danner udgangspunkt for en del af prøven i faget. Oplæggene skal være udformet således, at de dækker pensum bredt.

3.4 It

Eleven skal i faget gøres bekendt med forskellige anvendelser af matematikprogrammer.
I løbet af uddannelsen benyttes CAS-værktøjer og andre matematikprogrammer til at foretage:
- *visualiseringer*
- *gentagne udregninger*
- *symbolske beregninger*
- *numeriske beregninger*
- *dokumentation og formidling af resultater*

It integreres løbende i undervisningen. Som eksempler på anvendelsen af it kan nævnes:
- illustration af matematiske forhold f.eks. animationer, der viser overgang fra differenskvotient til differentialkvotient
- som redskab, når eleven selv eksperimenterer med f.eks. forhold ved indskreven eller omskreven cirkel, trekantens areal eller betydningen af konstanterne a, b, og c for forløbet af grafen for en 2.gradsfunktion
- ved gentagne udregninger som f.eks. tabelgenerering
- til analytiske beregninger f.eks. løsning af ligningssystemer og numeriske beregninger ved bestemmelse af bestemte integraler og differentialkvotienter samt ved regression.
- som dokumentationsredskab ved skriftlige besvarelser, f.eks. graftegning og tekstbehandling.

Der findes et utal af matematikprogrammer af forskellig typer og med forskellige formål. Her skal blot nævnes nogle få.
Geometriprogrammer som *Sketchpad* og *Geometer*. Geometri er et emne med gode muligheder for en eksperimenterende og undersøgende elevaktivitet. Ved hjælp af de nævnte programmer kan opbygges dynamisk visualisering af f.eks. størrelsen af en periferivinkel og en centervinkel, som kan danne grundlag for nogle antagelser, og som efterfølgende kan bruges ved opbygning af beviser.
I arbejdet med funktioner kan programmer som *Graphmathica* og *Graph* bruges til graftegning, herunder undersøgelse af en funktions egenskaber, og ligningsløsning. Af mere komplekse programmer kan nævnes *Mathcad*, *Derive* og *TI-InterActive*. Ved brug af programmer som disse kræves det, at brugeren benytter programmerne jævnligt, og dermed får indarbejdet det nødvendige kendskab til terminologi og matematikfunktioner.
Et *regneark* kan være et godt værktøj, når der skal arbejdes med forskellige matematiske funktioner og de tilhørende grafer. I modsætning til brug af de mere "automatiske" matematikprogrammer, skal eleven selv kunne opstille og anvende de nødvendige regneudtryk. Regneark kan således støtte

arbejdet med algebra. Man skal dog være opmærksom på regnearkets notation, der ofte ikke vil være korrekt matematisk korrekt samt problemer med akseinddelinger etc. ved grafisk fremstilling.
Med *spørgeskemaprogrammer* kan opbygges elektroniske test både med åbne og lukkede spørgsmål, der er et godt redskab ved evalueringen. Nogle opgaver/test kan rettes af eleven selv ud fra nogle selvinstruerende rettevejledninger.
Mængden af *internetsider* med matematikindhold vokser med stor hast, hvilket giver muligheder for at hente inspiration til undervisningsmateriale. Der findes særlige Sites, hvor eleven på egen hånd kan arbejde med matematiske emner og øve specifikke færdigheder. Det er tilrådeligt at holde sig ajour ved at studere fagblade og foretage kvalificerede søgninger på nettet. Et udgangspunkt for en søgning kunne være adressen: http://www.download.com. Søger man på "Interaktive matematikopgaver" finder man links til mange udmærkede sider.
I forbindelse med at 25 % af undervisningen i studieretningsforløbet kan foregå virtuelt kan det anbefales, at man på den enkelte skole sikrer en vidensdeling m.h.t. it-baserede forløb, der kan støtte/supplere den traditionelle matematikundervisning.

3.5 Samspil med andre fag

Faget optræder som et selvstændigt fag i grundforløbet, men kan indgå i et samarbejde med fagene inden for studieområdet med fokus på f.eks. geometri eller trigonometri.
Faget indgår i samarbejde med de teknisk-naturvidenskabelige fag.

I forbindelse med planlægningen af undervisningen i studieområdet inden for det tekniske og naturvidenskabelige område, er det vigtigt at koordinere opbygningen af de fælles kompetencer for fagene matematik, kemi, biologi og fysik. Her kan nævnes: brug af lommeregner/hjælpemiddel, forståelse af formeludtryk, rapportering, anvendelse af forskellige formidlings- og præsentationsformer, notatteknik og informationssøgning.
Som eksempel på tværgående emner med fysik, kemi og biologi kan nævnes: graftegning, regression, logaritmefunktioner, eksponentielle udviklinger, 2. gradsligningen, bestemmelse differentialkvotienter og integrationsteknik.
Der henvises til de paradigmatiske eksempler i afsnit 5.
Det aktuelle valg af emner i fagene vil afspejle behovet for yderligere koordinering på tværs.
Generelt er det vigtigt, at eleven oplever matematik i samspil med andre fag, og det anbefales derfor, at matematik bidrager til temaforløbene.

I forbindelse med udarbejdelse studieplanerne opgør lærerne i studieretningen deres behov for matematikkompetencer i en tidsramme, og her ud fra udarbejdes den endelige plan for undervisningen i matematik.

3.6 Undervisningsmateriale

Materialet til undervisningen vælges således, at elevernes forskellige forudsætninger kan tilgodeses. Samtidig er det vigtigt, at stoffet udtrykker en tydelig forbindelse mellem teori og praktisk anvendelse, og at en del af undervisningen foregår som træning og afprøvning af praktiske sammenhænge. Man skal være opmærksom på, at det er samspillet med andre fag og de didaktiske overvejelser om undervisningens forløb og progression frem for den benyttede lærebog, der bestemmer den rækkefølge, man tager. Det er naturligt at anvende Internettets muligheder med f.eks. matematiske træningsprogrammer og animationer.

3.7 Progression

Det bør tilstræbes, at eleven får en stadig dybere og mere kompleks forståelse for teori og praktiske anvendelsesmuligheder. Dette kan ske ved gradvist at inddrage flere faktorer i vurderingen af praktiske, tekniske og naturvidenskabelige problemstillinger. Samtidig bør bevisførelse og diskussion af modelanvendelsen få en gradvis mere central placering i undervisningen.
Ved udformningen af opgaver kan disse i nogen omfang bruges til træning af konkrete færdigheder. Det centrale ved opgavestillelsen må være, at opgaverne gradvis skal få karakter af oplæg til bearbejdning af naturvidenskabelige, tekniske og samfundsmæssige problemstillinger. Disse opgavetyper giver endvidere muligheder for at lade eleven aflevere samme opgave flere gange, hvor læreren kan definere forskellige niveauer af opgaveløsning. Af niveauer kan nævnes:

- Beskrivelse af valg af modeller og løsningsstrategi
- Viderebearbejdning af ovennævnte med skitser og valg af it-redskaber
- Opgaveløsning med detailbehandling af en problemstilling
- Opgaveløsning med vurdering af valgte modeller
- Opgaveløsning med en gennemarbejdet dokumentation.

Ligeledes kan der igennem uddannelsesforløbet inddrages flere og flere af de matematiske kernekompetencer i projektbesvarelserne.

3.8 Særlige overvejelser i forbindelse med valgfaget matematik A

Hvis elever vælger matematik A som et valgfag, der gennemføres på tredje år, skal man være opmærksom på at eleverne på disse valghold vil komme fra forskellige studieretninger, og dermed sandsynligvis har arbejdet med forskellige emner, idet det supplerende stof kan være valgt forskelligt på studieretningerne.
På B-niveau hører radianbegrebet, trigonometriske funktioner, eksponentialfunktioner, eksponentielleudviklinger, logaritmefunktioner og enkeltlogaritmisk afbildning til under det supplerende stof, hvorimod dette er kernestof på A-niveauet. Man skal derfor overveje, om nogle af disse emner vil være oplagte at vælge som supplerende stof, for den studieretning man underviser i på B-niveau.

4 Evaluering

4.1 Løbende evaluering

Ifølge læreplanen skal eleven løbende have en tilbagemelding om det faglige niveau for skriftlige og mundtlige præstationer. Vurderingen fastsættes i forhold til elevens forventede kompetenceudvikling og på basis af de skriftlige afleveringer, de afholdte prøver, elevens deltagelse i undervisningen herunder de mundtlige fremlæggelser af teori og opgaveløsninger.

Til udvikling af bl.a. studiekompetencen kan det anbefales at afholde individuelle evalueringssamtaler, hvor det faglige niveau og undervisningen diskuteres, og en handleplan for faglig udvikling fastlægges. Undervisningen kan efterfølgende justeres, således at der om muligt tages højde for elevens forskellige måder at lære på.
Hvor der er tale om en progression i kravene til præstationerne, bør evalueringen af det forrige forløb afsluttes med en præcisering af på hvilke områder, der stilles større forventninger til eleven i, i den kommende periode. Til registrering af aftaler m.m. med eleven/holdet kan anvendes en portfolio.

4.2 Prøveform

Projektprøve med rapport og mundtlig prøve, som har udgangspunkt i projektet, jf. punkt 3.2.

Projektet udarbejdes inden for rammerne af et centralt udmeldt tema.

Umiddelbart efter projektperiodens udløb sender skolen et eksemplar af rapporten til censor. Eksaminator og censor drøfter inden den mundtlige del af prøven, hvilke problemstillinger eksaminanden skal uddybe.

For den mundtlige del af prøven er eksaminationstiden 30 minutter. Der gives 30 minutters forberedelsestid, hvor alle hjælpemidler må benyttes, dog ikke kommunikation med omverdenen.

Eksaminanden får en opgave ved lodtrækning. Denne opgave tager udgangspunkt i en af projektrapporterne fra undervisningen.

Prøven består dels af en besvarelse af den udtrukne opgave, dels af eksaminandens præsentation af projektet, der suppleres med uddybende spørgsmål fra eksaminator. Eksaminandens præsentation af projektet må inklusiv de uddybende spørgsmål højst omfatte 2/3 af eksaminationstiden.

Oplæggene til projektrapporter fremsendes sammen med de mundtlige spørgsmål til censor forud for prøvens afholdelse

De stillede opgaver ved den mundtlige prøve skal dække såvel kernestoffet som det supplerende materiale, der er arbejdet med i undervisningen.
Opgaven, der har relation til en af projektopgaverne fra undervisningen, skal indeholde en præcisering af den matematiske teori/sammenhæng, som eleven skal redegøre for. Hvis projektet omhandler optimering, kunne spørgsmålet formuleres som følger:

- I forbindelse med din projektopgave har du anvendt differentialregning. Gør rede for matematikken bag dette. Du kan f.eks. redegøre for begrebet differentialkvotient.
  (Her kan evt. tilføjes en række stikord, som eleven kan tage udgangspunkt i)

Et andet eksempel kan være en projektopgave om trigonometri. Her kan spørgsmålet f.eks. formuleres:

- I forbindelse med din projektopgave har du anvendt trigonometri. Gør rede for matematikken bag dette. Du kan f.eks. redegøre for cosinus- og sinusrelationerne.

Det er vigtigt at formulere opgaverne så bredt, at eleven selv kan vælge niveauet for fremlæggelsen. I det første eksempel vil en elev måske vælge at opskrive forskellige regneregler for differentiation og give eksempler på brugen af dem, en anden vil derimod bevise formlen for differentiation at produktet af to funktioner, men en tredje elev redegør for overgangen mellem differens- og

differentialkvotient ved hjælp af sekant- og tangenthældninger. I det andet eksempel vil en elev måske vælge at vise nogle anvendelsen af cosinus- og sinusrelationerne, mens en anden elev beviser sinusrelationen.
Eleven skal altid have mulighed for selv at træffe et sådant valg.

Under såvel forberedelsen som eksamination må eleven benytte alle hjælpemidler, bortset fra kommunikation med omverdenen. I forbindelse med den stadig mere udbredte brug af computeren til at tage noter, vælger nogle elever at lave noterne i forberedelsen på computeren. Som censor og eksaminator skal man være opmærksom på, at dette ikke må ændre på formålet med den mundtlige eksamen, nemlig at eleven skal vise i hvor høj grad vedkommende har tilegnet sig de matematiske kernekompetencer – se bedømmelseskriterierne i afsnit 4.3.
En særlig problemstilling knytter sig til elevens præsentation af projektet. Her har det vist sig, at nogle elever har forberedt en (PowerPoint) præsentation af deres projekt, og dette slet ikke giver eksaminator mulighed for at spørge ind til konkrete problemstillinger. Her skal det pointeres at det forventes at eleven laver en kort og præcis præsentation at sin besvarelse, der skal vise i hvilket omfang eleven har overblik og kan skelne væsentlige fra uvæsentlige problemstillinger. De uddybende spørgsmål skal afklare om eleven er klar over, hvad der er lavet i rapporten. En flot og grundig rapport, kan altså godt resultere i en dårlig karakter, hvis eleven ikke forstår eller kan forklare, hvad vedkommende har skrevet i rapporten.
Der gives en **samlet** karakter for besvarelsen af det mundtlige spørgsmål og elevens præsentation og besvarelse af spørgsmål i forbindelse med projektrapporten.

I forbindelse med det centralt stillede projektoplæg skal man være opmærksom på, at det er kompetencer der testes, ikke pensum. Derfor kan der inddrages matematiske begreber, som ikke direkte er nævnt i kernestoffet, men tager udgangspunkt i det.

4.3 Bedømmelseskriterier

Ved bedømmelsen lægges der vægt på, i hvor høj grad eksaminanden har opnået de i 2.1 beskrevne faglige mål. Der lægges vægt på eksaminandens evne til at:

- *opstille og behandle matematiske modeller samt vurdere resultater*
- *fremstille og strukturere overskuelig dokumentation*
- *anvende CAS-værktøjer og matematikprogrammer til beregninger og dokumentation.*
- *redegøre for matematisk tankegang og foretage simple ræsonnementer*
- *skifte mellem et matematisk begrebs forskellige repræsentationer*
- *anvende matematiske teorier og metoder til løsning af problemer med udgangspunkt i teoretiske og praktiske forhold*
- *formulere sig i og skifte mellem det matematiske symbolsprog og det daglige skrevne eller talte sprog*
- *demonstrere overblik*

Der gives en karakter på baggrund af en helhedsbedømmelse af projektet og den mundtlige præstation, herunder besvarelsen af den udtrukne opgave.

4.4 Anvendelse af 7-trinsskalaen

Fra 1. august 2006 skal karakterer i de gymnasiale uddannelser gives efter 7-trinsskalaen. Se også 7-trinsskalaen.

Karakterskalaen er karakteriseret ved at operere med et fejl- og mangelbegreb. Man skal altså bedømme i hvor høj grad en elev har opnået slutmålene for faget.

Nedenfor er angivet retningslinier for opnåelse af karaktererne 12, 7 og 02 i matematik B

Beskrivelsen er naturligvis ikke udtømmende, og man skal derfor ved bedømmelsen fokusere på i hvor høj grad eleven har opnået de kompetencer, der er beskrevet i afsnit 2.1 Faglige mål.

Projektprøven på B-niveau

Karakteren 12:
I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet korrekt og hensigtsmæssigt. Ud fra enkle matematiske ræsonnementer argumenteres sagligt for de anvendte løsningsmetoder. Løsningen er veldokumenteret med en sikker brug af figurer og symbolsprog.
Eksaminanden er i stand til at opstille og behandle simple matematiske modeller og vurdere såvel model som løsning.
Der demonstreres fagligt overblik og eleven er i stand til at inddrage en meget stor del af stoffet i besvarelsen.
Kommunikationsværdien er meget høj, idet der på en naturlig måde skiftes mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog. Eksaminanden behersker fagets terminologi og kan skifte mellem forskellige repræsentationsformer.
I besvarelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.

Karakteren 7:
I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet godt og hensigtsmæssigt.
Ud fra simple matematiske ræsonnementer argumenteres der i et vist omfang for de anvendte løsningsmetoder. Løsningen er dokumenteret med en god brug af figurer og symbolsprog, og der inddrages en god del af stoffet i besvarelsen.
Eksaminanden er delvist i stand til at opstille og behandle simple matematiske modeller og vurdere løsningerne.
Kommunikationsværdien er god, idet eksaminanden kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog.

Karakteren 02:
I besvarelsen er matematiske teorier og metoder – herunder relevante IT-værktøjer – benyttet på et meget elementært niveau. Matematiske ræsonnementer anvendes usikkert og usammenhængende.
Dokumentationen er mangelfuld med ringe brug af figurer og symbolsprog.
Der demonstreres et beskedent fagligt overblik og kun elementære dele af stoffet inddrages.
Eksaminanden er i ringe grad i stand til at opstille og behandle simple matematisk modeller, men kan løse elementære opgavetyper. Anvendelsen af fagets terminologi er usikker. Kommunikationsværdien er beskeden, idet eksaminanden kun i mindre udstrækning kan skifte mellem det matematiske symbolsprog og almindeligt skriftsprog.

Den mundtlige prøve på B-niveau

Karakteren 12:
Fremlæggelsen er velstruktureret og eksaminanden behersker fagets terminologi og kan skifte sikkert mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog.
Eksaminanden demonstrerer stor fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement – herunder enkel matematisk bevisførelse. Eksaminanden udviser et stort overblik på alle felter samt evne til at generalisere og anvende stoffet i andre sammenhænge.
Ved fremlæggelsen forekommer ingen eller kun få uvæsentlige fejl og mangler.

Karakteren 7:
Fremstillingen er godt struktureret, og fagets terminologi benyttes. Der veksles på tilfredsstillende måde mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog.
Eksaminanden demonstrerer en vis fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement, dog med udeladelse af visse argumenter.
Eksaminanden har et godt overblik og kendskab til væsentlige områder af stoffet og kan i nogen grad generalisere. En del af fremlæggelsen er eksempler på konkrete anvendelser.
Ved fremlæggelsen forekommer adskillige fejl og mangler.

Karakteren 02:
Fremstillingen er ustruktureret. Eksaminanden behersker kun mangelfuldt fagets terminologi og skifter usikkert mellem det matematiske symbolsprog og det daglige talte sprog, samt mellem forskellige repræsentationsformer. Eksaminanden demonstrerer en ringe fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement. Fremlæggelsen er usikker og består primært af eksempler på konkrete anvendelser.
Eksaminanden har et beskedent overblik men behersker simpel symbolmanipulation.

5 Paradigmatiske eksempler

I de følgende afsnit er der givet **eksempler** på og **ideer** til, hvorledes undervisningen kan planlægges og gennemføres. Afsnittene er ikke detaljerede beskrivelser af de enkelte emner, og man skal derfor være opmærksom på ved sin planlægning af undervisningen, at de overordnede faglige mål under kernestof og supplerende stof dækkes. Ved næste revision af vejledningen vil dette afsnit blive flyttet til fagets hjemmesiden på EMUen.

5.1 Algebra

Mål: At styrke elevens kendskab til algebra og herigennem udvikle elevens symbol- og formalismekompetence.

Pædagogiske overvejelser:
Der kan undervises særskilt i algebra, men ofte vil det være mest hensigtsmæssigt at arbejde med de enkelte regler, når behovet opstår. Såfremt man vælger at undervise særskilt i algebra, er det vigtigt, at det sker som en form for træning af elevens evne til at genkende og anvende reglerne.

Elevens problemer i forbindelse med ligningsløsning opstår typisk, fordi de ikke kan huske regnereglerne. Det anbefales derfor, at man reducerer antallet af regne-/huskeregler til et minimum, og i stedet gør eleverne opmærksomme på, hver gang disse regler bruges.
Et eksempel er reglen om ”at gange over kors”. Her er det i virkeligheden den fundamentale regel om, at hvis man gør noget på den ene side at lighedstegnet i en ligning, skal man også gøre det på den anden side. Når man ”ganger over kors” ganger man med begge nævnere på begge sider af lighedstegnet. Samme regel kan også erstatte reglen om at ”hvis man flytter et tal over på den anden side af lighedstegnet skifter det fortegn”. I virkeligheden trækker man tallet fra på begge sider (eller lægger det til).

Undervisningseksempel:
Man kan vælge at gennemføre et forløb, hvor eleven sidder med et interaktiv program, der løbende tester elevens færdigheder. Træningen behøver ikke nødvendigvis at foregå på klassen. Det kan f.eks. være en del af de to første ugers hjemmearbejde at lære at anvende nogle af regnereglerne ved hjælp af programmer af ovennævnte type.

Evaluering: Eleven kan testes ved en prøve i algebra. Prøven kan udformes som en konkurrence mellem 2 hold. Man kan opdele eleverne i hold i forhold til deres faglige formåen og lade hold, der ligger på samme niveau, dyste mod hinanden.

5.2 Geometri, trigonometri og rumlige figurer

Mål: Målet er at give eleven evnen til at konstruere geometriske elementer såsom plane og rumlige figurer. Eleven skal på baggrund af en analyse af geometriske figurer/konstruktioner kunne anvende trigonometriske definitioner og formler til at beregne længder, vinkler, arealer og rumfang.

Pædagogiske overvejelser:
I forbindelse med introduktion af de geometriske begreber og sammenhænge finder den induktive undervisningsform god anvendelse, specielt hvis man udnytter it-værktøjer. Via dynamiske figurer kan eleven f.eks. undersøge geometriske sammenhænge.
Da eleven udover kendskab til betydningen af forskellige geometriske udtryk også skal kunne bruge dem i forbindelse med praktiske problemstillinger, er det vigtigt at eleven ikke kun oplever arbejdet med geometri i forbindelse med teoretiske eksempler.
Det anbefales at have et tværgående samarbejde med de øvrige fag f.eks. i grundforløbet.
Emnet giver mulighed for at arbejde med flere kompetencer: hjælpemiddelkompetencen ved konstruktion af figurer og benyttelse at beregnings- og visualiseringsredskaber, repræsentationskompetencen hvis der arbejdes med udfoldninger af rumlige figurer, ræsonnementskompetencen ved udledning af forskellige sætninger og problembehandlingskompetencen, hvor der opstilles og løses anvendelsesorienterede opgaver.

Undervisningseksempler:
Ved hjælp af geometriprogrammer kan eleven lave dynamiske figurer, disse giver en eksperimenterende og undersøgende tilgang til emnet.
For eksempel kan eleven ved hjælp af dynamiske figurer finde frem til sætningen om at en kordetangentvinkel har det halve gradtal af den cirkelbue, korden spænder over.

Eksempler på online programmer:

http://www.mathsnet.net/dynamic/javasketchpad.html

Anvendelse af it giver i forbindelse med trekantsberegninger mulighed for at eleven selv finder sammenhænge og beviser dem.
Man kan eventuelt anvende dynamiske figurer til at indføre begreber som trekantens medianer, højder, vinkelhalveringslinjer, tyngdepunkt samt indskreven og omskreven cirkel. En række beviser medtages f.eks. Pythagoras' læresætning. Formler til beregning af radius i indskreven og omskreven cirkel kan udledes.

Når de grundlæggende begreber og sammenhænge er gennemarbejdet, kan der arbejdes med trigonometri i forbindelse med retvinklede trekanter. Sinus, cosinus og tangens behandles på dette tidspunkt udelukkende som talstørrelser og uden reference til funktionsbegrebet. Eleven skal arbejde med simple trigonometriske grundligninger som følgende typer:

$$\sin(x) = a \text{ og } \tan(2x) = a$$

Man bør ved løsningen af trigonometriske ligninger lægge vægt på, at eleven laver en **kontroltegning** med udgangspunkt i enhedscirklen, så samtlige løsninger angives. Hvis de trigonometriske funktioner vælges som en del af det supplerende stof, vil en grafisk illustration af løsningen fungere som kontroltegning.
Herefter arbejdes der med de vilkårlige trekanter og sinus- og cosinusrelationen vises. Eleven skal kunne udføre arealberegninger af forskellige plane figurer. Vilkårlige polygoner inddeles i trekanter, hvorefter arealet beregnes. Formlerne for areal af cirkelafsnit og -udsnit vises.

Til gentagne beregninger kan eleven bruge programmeringsfaciliteter i regneark eller lign. til at lave et lille program. De kunne f.eks. lave et lille program, der for en trekant udregner en ukendt vinkel eller side, når alt andet er kendt. Dette er en anledning til at diskutere dokumentation.

Efter at have arbejdet med trigonometri i planen kan man gå videre med de rumlige figurer. Her arbejdes med både overfladeareal og rumfang for forskellige rumlige figurer.
For keglen og keglestubbens vedkommende kan indgå udfoldningstegningerne af den krumme overflade, herunder bestemmelse af radier, centervinkel og kordemål.
Man kan arbejdede med at indlægge snit (flader/trekanter) i rumlige figurer med henblik på at kunne bestemme afstande og vinkler mellem flader.
I forbindelse med rumfang af retvinklede prismer arbejder man med forskellige polygoner som grundflade.

Evaluering: Eleven bør løbende evalueres med mindre opgaver og på baggrund af et projektarbejde, der afsluttes med skriftlig dokumentation og/eller ved fremlæggelse.

Eksempler på projektarbejder/opgaver i forbindelse med emnet fra inspirationsmaterialet, afsnit 6:
Kheopspyramiden
Landmåling
Putteboks

5.3 Funktioner, ligninger og uligheder

Mål: Målet er at eleven opnår en forståelse af funktionsbegrebet samt viden om karakteristiske egenskaber for udvalgte funktioner, så eleven kan beskrive sammenhængen mellem variable størrelser og løse problemer der er givet ved en ikke-matematisk beskrivelse.
Matematikprogrammer til såvel beregninger som dokumentation benyttes, og man beskæftiger sig med matematiske teorier og metoder til at formulere, matematisere, analysere og dokumentere løsninger. Der kan fokuseres på kompetencer som tankegangskompetencen, modelleringskompetencen, repræsentationskompetencen og hjælpemiddelkompetencen.

Pædagogiske overvejelser:
Emnet giver gode muligheder for flerfagligt samarbejde f.eks. med fag som fysik, kemi og biologi samt samfundsfag.
De funktionstyper, der arbejdes med i matematik, vil eleven også møde i de nævnte fag, f.eks. i forbindelse med analyse af opsamlede data herunder bestemmelse af forskrifter ved regression.
I arbejdet med ligninger og uligheder lader man eleven opleve både at skulle redegøre for, hvorledes forskellige ligningstyper løses "håndværksmæssigt", og hvorledes de kan løses ved hjælp af lommeregner/matematikprogram, ligesom såvel numeriske som analytiske løsninger sammenholdes med grafiske løsninger, så eleverne oplever deres styrker og svagheder.

Undervisningseksempler:
Eleven skal lære de grundlæggende regler for løsning af ligninger og uligheder, herunder at kunne bestemme grundmængde og løsningsmængde samt bruge korrekt matematisk notation.
Disse regler kan trænes ved interaktive programmer som findes på Internettet.
Som nævnt ovenfor arbejdes med både analytisk og grafisk løsning af ligninger og uligheder. Forskellige typer af dokumentation diskuteres. Eleven skal være opmærksom på, at de mellemregninger, der udelades når man benytter et CAS-værktøjer skal erstattes af en forklarende tekst. Det skal altid fremgå af besvarelsen hvilken matematik, der har været i brug, for at nå frem til den angivne løsning.
Undervisningen i ligninger, uligheder og funktioner, kan foregå integreret eller hver for sig.
Med integreret menes at man introducerer funktionsbegrebet, dernæst introducerer man funktionstyperne enkeltvis, hvor man arbejder med alle de typer af ligninger, der kan afledes af disse.

Forskriften for den rette linje udledes og sammenhængen med 1. gradsfunktionen diskuteres. Under arbejdet med den rette linje vil følgende ligningstyper kunne introduceres:
- en ligning med en ubekendt
- 2 ligninger med to ubekendte
- førstegradsulighed
- førstegradsdobbeltulighed
- diverse numeriske ligninger.

Herefter fortsætter man med parablen som graf for 2.gradsfunktionen, der kan give anledning til arbejdet med 2. gradsligninger og -uligheder, 3 ligninger med 3 ubekendte og numeriske ligninger.
På samme måde fortsættes med polynomier af højere grad.
Ved at se på en halvcirkel som grafen for en funktion kan man arbejde med ligninger med rodudtryk osv.
Flere funktionstyper, både de der er kernestof, og de, der er valgt som supplerende stof, introduceres.

Fælles for alle disse funktioner er, at de afhænger af et antal konstanter. Konstanters betydning, kan man arbejde eksperimenterende med vha. et matematikprogram.
Der arbejdes med løsning af ligningssystemer til bestemmelse af konstanterne. F.eks. kan parablens forskrift bestemmes vha. 3 ligninger, en eksponentiel udvikling kan fastlægges ved løsning af 2 ligninger med 2 ubekendte, når 2 punkter på grafen er kendt.

Potensfunktioner $f(x) = x^a$ er kernestof og kan f.eks. introduceres i et samarbejde med fysik, biologi eller samfundsfag. Man kan hente (måle)data fra undervisningen i et af disse fag, som derefter bearbejdes i matematikundervisningen. Regression indføres i forbindelse med bestemmelse af funktionsforskrifter.
Når man arbejder med modelleringskompetencen, vil målet ofte være at beskrive givne data vha. en funktion. Her er indtegning af måledata på dobbeltlogaritmisk papir (i hånden eller i et program) en god måde at give eleverne en idé om funktionens forløb. Forskriften kan findes ved bestemmelse af "bedste rette linje" eller ved regression, og regressionskoefficienten diskuteres. Eleven skal være opmærksom på at en regressionskoefficient tæt på 1 ikke alene er nok til at afgøre en bestemt funktions type. Men sammenholdes den med en graf, kan man udtale sig langt mere sikkert.
I sammenhæng med potensfunktioner kan man tale om omvendte funktioner f.eks. $f(x) = x^2$ og $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$. Eleven skal kunne redegøre for, om en given funktion *f* har en omvendt funktion og finde regneforskriften for den omvendte funktion f^{1} ud fra forskriften *f*. Sammenhængen mellem graferne for en funktion og dens omvendte funktion er væsentlig.

Eleven skal kunne bestemme funktionernes definitionsmængde og værdimængde. Dette er bl.a. væsentligt i forbindelse med simple sammensatte funktioner, hvor eleven finder regneforskriften for $g \circ f$, når forskrifterne for *f* og *g* er kendte.

Evaluering: Eleven kan løbende evalueres med små tests, og den afsluttende evaluering bør være et projektarbejde inden for emnet.
Som eksempel på projektarbejder i forbindelse med emnet kan nævnes følgende eksempler fra afsnit 6:

Modellering
Reaktionshastighed

5.4 Vektorer i planen

Mål: Målet er at give eleven indsigt i geometrisk og analytisk vektorregning i planen, så eleven kan opstille og løse simple problemer indenfor matematik og de tekniske og naturvidenskabelige fag.

Pædagogiske overvejelser:
For de fleste elever er vektorbegrebet helt nyt, og det er derfor vigtigt at starte med introducerende eksempler fra virkeligheden som f.eks. kræfter eller elektriske strømme. Eleven vil under alle omstændigheder komme til at arbejde med vektorer i fysik, ikke nødvendigvis med koordinater, men vektorernes længde og retning.
For at opnå fortrolighed med opstilling af modeller, hvis løsning er baseret på vektorregning, arbejder elven både med rent teoretiske opgaver og med praktiske anvendelser. Disse kan ofte bearbejdes i forløb med andre fag f.eks. kræfter, arbejde, hastighed og acceleration indenfor fysik. Vektorreg-

ningen kan også inddrages i forbindelse med konstruktioner som f.eks. størrelse og retning af kræfter i gitterkonstruktioner.
Overalt lægger man vægt på sammenhængen mellem vektorregning og analytisk plangeometri hvorved repræsentationskompetencen styrkes.

Undervisningseksempler:
Vektorer repræsenteres såvel ved koordinater som vha. retningsvinkel og længde.

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |b_1| \cos v \\ |b_2| \sin v \end{pmatrix}$$

Sammenhængen mellem de to repræsentationer og hvornår de bruges kan tydeliggøres med eksempler.

Man kan vise determinantformlen til bestemmelse af trekantens areal:

$$A_T = ½\left|\det(\vec{a}, \vec{b})\right|$$

Motiveret af dagligdags eksempler indføres og vises definitioner og regneregler for vektorer. Eleven bør selv kunne komme frem til beviserne for nogle af sætningerne i vektorregningen. Dette gælder f.eks. sætningerne om addition og subtraktion af vektorer samt multiplikation af tal med vektor. Igen er sammenhængen mellem den analytiske vektorregning (med koordinater) og den geometriske fortolkning (tegning af ”pile”) væsentlig. Formlen til bestemmelse af afstand fra punkt til linje kan vises.

I sammenhæng med den analytiske plangeometri kan parameterfremstillinger for linjer og cirkler nævnes.

Evaluering: Eleven kan løbende evalueres ved prøver eller lign. og emnet afsluttes med et projektarbejde

Eksempler på projekter med vektorer/analytisk plangeometri.

IT-B Eksamen 2001: Vægdrejekran.
IT-B Eksamen 2004: Design af bænk (dele af oplægget)
IT-B Eksamen 2006: Betonkonstruktion

5.5 Differentialregning

Mål: Målet er at give eleven indsigt i differentialregningens anvendelser og teori, så eleven kan beregne, fortolke og anvende udtryk for differentialkvotienten og den afledede funktion.

Pædagogiske overvejelser:
Emnet præsenteres ud fra elevernes forståelse af og erfaringer med f.eks. vækst eller grafers hældning. For at eleven mundtligt skal kunne redegøre for idéerne bag differentialregningen, bør man også øve bestemmelsen af differentialkvotienten ud fra sekant- og tangenthældninger samt ved benyttelsen af de derved fremkomne regneregler. I større opgaver, f.eks. ved problembehandling og

modellering vil det være naturligt at bruge et matematikprogram til bestemmelsen af f.eks. ekstremumspunkter.
Man vil i høj grad komme til at fokusere på hjælpemiddelkompetencen, når it-værktøjer bruges til såvel visualisering, beregning som dokumentation, men også ræsonnementkompetencen og symbol- og formalismekompetencen er oplagte fokuspunkter.

Undervisningseksempler:
Begrebet differentialkvotient indføres som et udtryk for vækst. Fysikkens kinematik er et område, hvor eleven kan arbejde med bestemmelse af hældningstal, både analytisk og geometrisk, i forbindelse med f.eks. (s, t)-grafer.

Begreber som kontinuitet, grænseværdi og differenskvotient berøres i det mindste på et intuitivt plan og ud fra grafer. Der eksperimenteres med grænseværdier vha. et matematikprogram, som også er et godt værktøj til at illustrere differentialkvotienten.

I forbindelse med grænseværdier kan man som supplerende materiale vælge at arbejde med asymptoter som et udtryk for funktioners opførsel i et bestemt punkt (en singularitet) eller efter meget lang tid ($x \to \infty$). Eleverne kan på baggrund af grafiske eksempler evt. selv formulere sætninger om, hvornår der forekommer lodrette og vandrette asymptoter.

Eleven skal kende og kunne anvende begreberne differenskvotient og differentialkvotient, som udtryk for henholdsvis sekant- og tangenthældning. Man udleder enkle regneregler for differentiation ved opstilling af differenskvotienten. Man kan f.eks. vise regnereglerne for sum eller differens eller for en funktion ganget med en konstant. Herefter kan man gå videre med at anvende de øvrige regneregler i praktiske anvendelser.

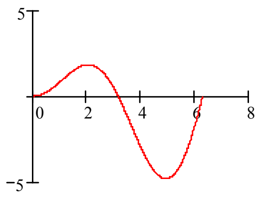
I de funktioner, der arbejdes med, kan indgå polynomier, polynomiumsbrøker, rodtegn osv. Funktionerne, der medtages fra det supplerende stof, skal/kan naturligvis også indgå.
Eksempler:

$$f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 3x + 7 \qquad f(x) = x \cdot \sqrt{x} \qquad f(x) = \frac{2x^2 + 7}{x - 3}$$

Eleven undersøger de karakteristiske egenskaber for en funktion, så det grafiske forløb kan fastslås. Herved opnår eleven forståelse for, hvorfor det er væsentligt at bestemme definitionsmængde, nulpunkter, monotoniforhold og ekstremer og værdimængde.
Bestemmelse af f.eks. ekstrema kan dokumenteres på mange måder. Igen er det vigtigt at eleven viser indsigt i den matematiske tankegang, og derfor vil bestemmelse af nulpunkter for den afledede funktion med tilhørende graf eller monotonilinje være en mulig dokumentation.
I forbindelse med praktiske opgaver og projekter vil man ofte støde på funktionstyper, der ligger udenfor kernestoffet. Ved hjælp af CAS-værktøjer kan man også i disse tilfælde bestemme ekstremer og nulpunkter, som det kan være nødvendigt i f.eks. forbindelse med optimeringsopgaver.
Der bør i undervisningen generelt lægges vægt på den praktiske anvendelse af tangentligningen og på optimering.

Eksempel:
$f(x) = x \cdot \sin(x) \qquad x \in [0;2\pi]$

Eleven kan både finde differentialkvotient og løse $f`(x) = 0$ ved hjælp af CAS-værktøjet, der desuden kan give eleven et overblik over grafen, og bestemme ekstremumsværdierne i det givne interval.



$$\frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \sin(x) + x \cdot \cos(x)$$

$$0 = \sin(x) + x \cdot \cos(x)$$

x = 0 eller x = 2.029 eller x= 4.913

Ved bestemmelse af tangentligninger kan eleven bruge CAS-værktøjet til at kontrollere, at det er en korrekt ligning, der er fundet.

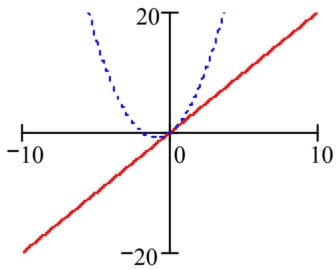
Eksempel:

Find en tangentligning i punktet (0,2) for $f(x) = x^2 + 2x$

Først bestemmes den afledede funktion og $x = 2$ indsættes:

$y - 2 = f`(0)(x - 0) \Leftrightarrow \qquad y = 2x$

Dernæst tegnes grafen med tangenten og man sammenligner de 2 udtryk for tangentligningen.



Evaluering: Eleven bør løbende evalueres ved mundtlige fremlæggelser, test af skriftlige færdigheder og endeligt ved evaluering af et gennemført projektarbejde.
Eksempler på projekter der kan anvendes i forbindelse med emnet:

Se matematik B IT forsøg i afsnit 6.

5.6 Integralregning

Mål: Målet er at give eleven indsigt i integralregningens anvendelser og teori, at eleven kan bestemme, benytte og fortolke udtryk for simple stamfunktioner herunder fortolkninger af bestemt og ubestemt integral.

Pædagogiske overvejelser: Der bør i undervisningen generelt lægges vægt på anvendelse af integration f.eks. til bestemmelse af arealer under kurver. I forbindelse med problemløsning skal der være en naturlig progression, så man starter med egentlige træningsopgaver, hvorefter man gradvist indfører opgaver hvor eleven selv skal udføre matematiske overvejelser, inden opgaven kan løses. Der skal lægges mest vægt på den sidste type.

Undervisningseksempler:
Eleven introduceres for integralregningens grundbegreber og definitioner som ”det modsatte af” at differentiere. Hvor man ved bestemmelse af den afledede funktion bestemmer hældningen til grafen

i ethvert punkt, går man ved integration den modsatte vej. Her kan man finde et udtryk for funktionen, hvis man kender hældningen overalt.
Eleven skal kende integrationsprøven og kunne redegøre for teorien bag det bestemte integral samt kunne bestemme stamfunktioner til polynomier og potensfunktioner.
Eksempler:

$f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 3x - 7$ $\qquad$ $f(x) = 2x^{-3}$ $\qquad$ $f(x) = \sqrt{x}$

Man bestemmer stamfunktionen for en funktion, hvis graf går gennem et bestemt punkt.

Senere kan man f.eks. på baggrund af udtrykkene

$a = \frac{dv}{dt}$ $\qquad$ $v = \frac{ds}{dt}$

lade eleverne selv udlede nogle af formlerne fra kinematikken, f.eks. for bevægelse med konstant acceleration og eller bevægelse med konstant hastighed.

For at eleven skal få en forståelse af hvorledes CAS-værktøjet arbejder i forbindelse med numeriske løsninger, er det en god idé i forbindelse arealbestemmelse, at arbejde med forskellige typer summer (højresummer, venstresummer, midtpunktssummer eller trapezsummer) i f.eks. regneark eller på lommeregner, som derefter sammenlignes med det analytisk bestemte areal.

Evaluering: Der kan evalueres ved hjælp af tests, mundtlig fremlæggelse og ved udarbejdelse af et projektarbejde inden for emnet.

5.7 Supplerende stof

Mål: at støtte udviklingen af de matematiske kernekompetencer i arbejdet med at opnå de faglige mål samt at udvikle kompetencer, der knytter sig til elevens øvrige fag f.eks. som en del af studieområdet.

Pædagogiske overvejelser: Udvælgelsen af det supplerende stof sker i samarbejde med de øvrige fag og afhænger bl.a. af den valgte studieretning. Progressionen i det supplerende stof skal afstemmes med, hvor eleverne i øvrigt befinder sig i deres faglige udvikling.

Undervisningseksempler:

Logaritmefunktioner, eksponentialfunktioner og eksponentielle udviklinger:
Eleven vil i forbindelse med fysik, kemi og biologi komme til at stifte bekendtskab med den naturlige logaritme og 10-talslogaritmen samt med eksponentielle udvikling. Udgangspunktet for indførelsen af disse funktioner vil derfor være en praktisk anvendelse og fokus vil være på modelleringskompetencen. Herudover kan man vælge at lægge vægt på elevernes kommunikationskompetence i forholdet til de indgående fag.

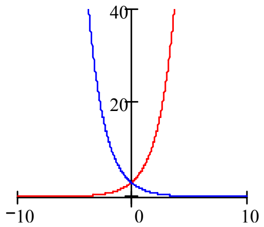
Når man arbejder med modelleringskompetencen, vil målet ofte være at beskrive givne data vha. en funktion. Her vil indtegning af måledata på enkeltlogaritmiskpapir (i hånden eller i et program) være en god måde at give eleverne en idé om funktionens forløb. Forskriften kan findes ved bestemmelse af ”bedste rette linje” eller ved regression, og regressionskoefficient kan diskuteres. Eleven skal være opmærksom på at en regressionskoefficient tæt på 1 ikke alene er nok til at afgøre en bestemt funktions type. Men sammenholdes med en graf, kan man udtale sig langt mere sikkert.

Man kan arbejde med regneregler og karakteristiske egenskaber for de forskellige funktionstyper. Det vil være naturligt at repetere begrebet sammensat funktion i forbindelse med logaritme- og eksponentialfunktioner. For eksponentielle udviklinger $f(x) = b \cdot a^x$ indføres begreberne halverings- og fordoblingskonstant og vækstrate.

De nævnte funktioner indeholder forskellige konstanter, og her vil en eksperimenterende tilgang vha. matematikprogrammer give eleven en forståelse af, hvilken betydning konstanterne har for grafens forløb.

Eksempel:

$f(x) = 3 \cdot 2^x$ og
$g(x) = 3 \cdot 0{,}5^x$



Trigonometriske funktioner:
Trigonometriske funktioner og den harmoniske svingning kan indføres i samarbejde med fysik, hvor begreberne benyttes i ellære og indenfor kinematikken.

Ved de trigonometriske funktioner gennemgås egenskaber for funktionerne sin(x), cos(x) og tan(x), herunder definitionsmængde, periode, tegning af graf samt værdimængde.

Den harmoniske svingning, der er beskrevet ved
$f(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + k$
kan indføres og eleven kan via arbejde med graftegning i et matematikprogram få en geometrisk opfattelse af hvilken betydning konstanterne a (amplitude), ω (vinkelhastighed), φ (faseforskydning) og k har for nulpunkterne, perioden og udseendet af grafen for funktionen. Det vil være hensigtsmæssigt at introducere radianbegrebet.

Evaluering: Et projekt i samarbejde med andre fag.

Eksempler på opgaver/projekter om emnerne i det supplerende stof findes i afsnit 6:

Kurvetilpasning
Modellering
Reaktionshastighed

6 Inspirationsmateriale

Ved næste revision af vejledningen vil dette afsnit blive flyttet til fagets hjemmesiden på EMUen

Træningsopgaver, projekter.

Rumlige figurer: Kheopspyramiden
En træningsopgave

Funktioner: Kurvetilpasning.
En træning i anvendelse af regression i forbindelse med faget fysik

Modellering: Bestemmelse af funktionsforskrifter.

Reaktionshastighed – et samarbejde mellem kemi og matematik.
Projekt i samspil med kemi. Analyse af data.

Geometri/trigonometri og rumlige figurer: ”Putteboks”
Et projektarbejde

Landmåling:
Træningsopgaver, projekter**.**

Oversigt over projektopgaver fra IT-forsøget i matematik B 2001-2006 samt eksamen 2007.

6.1 Rumlige figurer: Kheopspyramiden

Kheops pyramiden er både det ældste af de syv underværker og det eneste af de, der eksisterer i dag. Da pyramiden blev bygget, var den det højeste bygningsværk i verden. Den stod færdig ca. 2580 f. Kr.
Den matematiske præcision er uhyre stor. Siden på pyramiden er 230,4 meter, og selvom afstandene er så store, er det lykkedes ægypterne med deres „primitive" værktøj at måle med ½ decimeters præcision, hvilket er enestående.
Diagonalen i grundfladen er 288 meter. Det svarer til at siderne på 230,4 meter.
Den har et grundareal på 5,3 ha, det svarer til 5 120x90m fodboldbaner.
Pyramiden var 146 meter høj, da den stod færdig. Men da Cairo skulle bygges manglede man sten, så pyramiderne ved Giza blev ribbet for deres flotte, blanke beklædning.
Der er stadig lidt beklædning tilbage på toppen af den mindre Kefrenspyramide, mens Keopspyramiden har mistet 9 meter af sin højde.

– Bestem pyramidens totale overfladeareal.
– Bestem pyramidens rumfang.
– Bestem vinklen mellem pyramidens grundflade og en sideflade.
– Bestem vinklen mellem pyramidens grundflade og sidekant.
– Bestem vinklen mellem to sideflader.
– Etc.

Lad evt. eleven selv stille spørgsmål i forbindelse med pyramiden.

6.2 Funktioner: Kurvetilpasning.

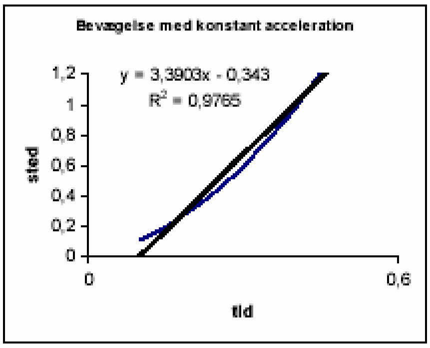
Regression kan f.eks. inddrages i forbindelse med en projektopgave i samarbejde med fysik.
I forbindelse med faldloven, bevægelse med konstant acceleration, hvor man opsamler sammenhørende data (tid og sted).
Det undersøges vha. grafregnerens regressionsmodeller eller ved hjælp af anden IT-programmel, hvilken matematisk funktion, der beskriver de målte data bedst.

Eksempel: Et lod falder fra 1,46 meters højde og tiden registreres vha. timer:

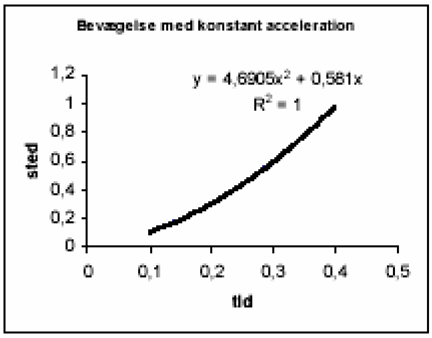
Tid [s]	0,05	0,1	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,5
Sted [m]	0,041	0,105	0,192	0,304	0,438	0,597	0,779	0,982	1,21	1,46

Nedenfor undersøges to forskellige modeller. Model A: lineær og Model B: Polynomium af 2. grad.

Model A: $y = ax + b$



Model B: $y = ax^2 + bx + c$



Eleven vælger model B og kan herefter forsøge at forklare hvorfor modellen ikke stemmer 100 % overens med virkelighedens $y = ½at^2 + v_0 t + s_0$

6.3 Modellering: Bestemmelse af funktionsforskrifter.

Målet med dette projekt er todelt: opstilling af ligninger og løsning af dem samt anvendelse af CAS-værktøj til regression.

Matematisk modellering.
Du skal arbejde med følgende matematiske modeller:
Type 1: y = ax+ b,
Type 2: y = ax^2 + bx + c

Type 3: $y = ax^n$
Type 4: $y = ba^x$
Type 5: $y = A\sin(\omega t + \varphi)$

I det følgende præsenteres du for 6 forskellige forsøg/eksperimenter:

Forsøg 1: Matematisk pendul
Forsøg 2: Afkøling
Forsøg 3: Fjeder
Forsøg 4: Opladning og afladning af kondensator
Forsøg 5: Harmonisk svingning
Forsøg 6: Det frie fald

Du skal udføre de 6 forsøg, hvor du skal opsamle data.
Efter dataopsamlingen skal du undersøge hvilke matematiske modeller, der kan beskrive de enkelte datasæt.
Når du har fastlagt hvilken model dine data tilhører, skal du bestemme forskriften på to forskellige måder, nemlig ved opstilling af og løsning af ligninger og ved regression.
Kommenter resultaterne, matematisk og fysisk.

Forsøg 1: Matematisk pendul
På nedenstående adresse skal du finde de simulerede data til forsøgene og indføre forsøgsresultaterne i skema 1 og 2

http://monet.physik.unibas.ch/~elmer/pendulum/upend.htm

http://www.explorescience.com/activities/Activity_page.cfm?ActivityID=22

Svingningstidens afhængighed af snorlængden
Der måles hver gang på 10 svingninger (10T), og snorlængden, (L), ændres med 0.25 m pr. forsøg.

Skema 1

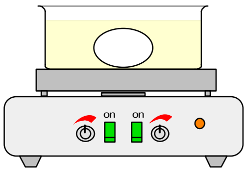
L [m]	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50
10*T* [sek]							
T [sek]							

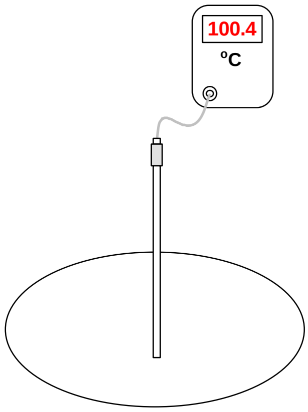
Svingningstidens afhængighed af loddets masse
Loddets masse varieres. Der måles på 10 svingninger i hvert forsøg med samme snorlængde (ca. 1 m)
Skema 2

Masse [kg]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
10*T* / s						
T / s						

Forsøg 2: Afkøling
Medbring et kogt æg med skal på. Ægget bringes i en gryde med vand og der koges i ca. 10 min, så temperaturen er ens overalt i ægget. Anbring dernæst ægget på bordet og anbring en termoføler i

det. Mål temperaturen T i °C for hvert minut i ca. 30 min. Noter desuden temperaturen T_{stue} i lokalet hvor forsøget udføres i.
Indfør data i skema 3.
Undersøg sammenhængen mellem $T\text{-}T_{stue}$ og tiden t





T_{stue} = ____ °C

Skema 3

Tid [min]	x-akse	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
T[°C]																																
T-T_{stue}	y-akse																															

Forsøg 3: Fjeder
Fjederen ophænges i en krog. Med forskellige lodkombinationer ophængt i fjederen måles fjederens forlængelse, x . Alternativt kan man bruge newtonmetre og trække i fjederen, så kraften aflæses direkte. Ellers gælder at $F = m \cdot g$, hvor m er massen af loddet og g er tyngdeaccelerationen. Opsamlede data indføres i skema 4. (du kan også vælge at udføre det på nettet på nedenstående adresse
http://www.toender-gym.dk/mbs/fysik/ntnujava/springForce/springForce.html

Skema 4

Belastende masse, m, i kg	Tyngdens træk i m: F = m g i Newton	Fjerderkraften, F, (negativ) i Newton	Forlængelsen, x, Målt i meter

Forsøg 4: opladning og afladning af RC-kreds.
Du skal på nedenstående adresse undersøge kurven for afladning af en kondensator.
Først skal du lade appletten tegne kurven for opladning. Så flytter du den sorte kobling så den ikke oplades mere, derefter vil kondensatoren aflades gennem modstanden.
http://www.toender-gym.dk/mbs/fysik/ntnujava/rc/rc.html

Du skal indføre måldata i skema 5
Skema 5

Tid [sek]	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
Spænding [Volt]																		

Forsøg 5: Harmonisk svingning
På nedenstående adresse undersøges den harmoniske svingning

http://www1999215.thinkquest.dk/teori/bev/harmonisk.html

Noter sammenhørende værdier af tid og position i skema 6 og lav en *x*-graf.

Skema 6

Tid [sek]										
Position [m]										

Forsøg 6: Det frie fald
I fysik lokalet udfører du det frie fald ved at ophænge et lod i timeren og lader loddet falde fra ca. 2,5 meters højde.
Anvend timer - strimlen til at finde sammenhørende værdier for tid og sted.
Indfør data i skema 7

skema 7

Tid [sek]										
Position [m]										

6.4 Reaktionshastighed - et samarbejde mellem kemi og matematik.

Kurvetegning og funktionsteori

Analyse af kemiske reaktioners hastighed.

Formål: At undersøge reaktionshastigheders afhængighed af temperatur og koncentration

Deløvelse 1: redoxreaktion
Deløvelse 2: syre/base reaktion.

Teori (del 1):
Ved tilsætning af syre til en vandig opløsning af natriumthiosulfat $Na_2S_2O_3$, vil der udfældes frit svovl:

$$\mathbf{S_2O_3^{2-} + 2\,H^+ \rightarrow S\,(s) + SO_2 + H_2O}$$

Reaktionen er ret langsom. Da frit svovl er uopløseligt i vand vil der fremkomme en opslemning af mikroskopiske svovlkrystaller i opløsningen, hvilket efter et kort tidsrum: Δt gør opløsningen uigennemsigtig. På dette tidspunkt er der ved hvert forsøg dannet den samme stofmængde svovl.

Udstyr:
100 ml bægerglas, stort reagensglas, stort bægerglas, stopur, termometer

Kemikalier:
0,10 M $Na_2S_2O_3$ (aq)
1,0 M HCl (aq)
Is ,samt koldt og varmt vand

Fremgangsmåde:
Det er væsentligt for at opnå gode resultater, at de anvendte glasvarer er meget rene. På et 100 ml bægerglas tegnes med spritskriver et tydeligt sort kryds udvendigt på bunden. Reaktionen skal nu finde sted i bægerglasset, og ved hvert forsøg måles tiden fra sammenblanding af reagenserne til det tidspunkt, hvor det sorte kryds ikke længere kan ses gennem opløsningen på grund af udfældet svovl.

Undersøgelse af reaktionens temperaturafhængighed:
Der udføres 4 forsøg. Ved hvert forsøg af tappes 20,0 ml 0,10 M thiosulfatopløsning i bægerglasset med det sorte kryds og 20,0 ml 1,0 M saltsyre i et stort reagensglasglas. Bægerglasset og reagens-glasset anbringes i et stort bægerglas med vand. Ved de 4 forsøg varieres vandets temperatur jævnt i intervallet ca. 5°C til ca. 50°C.
Når reagenserne i det lille bægerglas og reagensglasset har stået i det store glas i nogle minutter, hældes indholdet fra reagensglasset over i det lille bægerglas med kryds i bunden. Med stopuret bestemmes reaktionstiden, mens det lille bægerglas holdes neddyppet. Reaktionstiden Δt er den tid der går indtil der er udfældet så meget svovl at krydset ikke længere kan ses. Straks herefter måles opløsningens temperatur. Resultaterne indføres i skemaet nedenfor.

Undersøgelse af reaktionens koncentrationsafhængighed:
Der udføres i alt 8 forsøg ved stuetemperatur.
De 4 første forsøg holdes koncentrationen af natriumthiosulfat konstant og i de næste 4 forsøg holdes syrekoncentrationen konstant.
$Na_2 S_2O_3$ overføres til det lille bægerglas med kryds i bunden. HCl og vandet blandes i et andet bægerglas. Når de to opløsninger blandes sammen startes stopuret. Reaktionstiden Δt er den tid der går indtil der er udfældet så meget svovl at krydset ikke længere kan ses, her stoppes stopuret og Δt indføres i skema 2.
De enkelte forsøgs blandingsforhold er angivet i skema 2 nedenfor:

Måleresultater:
Måleresultater indsættes i nedenstående skema:

Forsøg nr.	$Na_2S_2O_3$ V [ml]	HCl V [ml]	Temperatur [°C]	Reaktionstid Δt [sek.]	$1/\Delta t$ [sek^{-1}]
1	20	20			
2	20	20			
3	20	20			
4	20	20			

Skema 1: Undersøgelse af reaktionens temperaturafhængighed[1]

Forsøg nr.	$Na_2S_2O_3$ V [ml]	HCl V [ml]	Vand V[ml]	Reaktionstid Δt [sek.]	$1/\Delta t$ [sek^{-1}]
1	20	1	19		
2	20	5	15		
3	20	10	10		
4	20	15	5		
5	15	15	15		
6	20	15	10		
7	25	15	5		
8	30	15	0		

Skema 2: Undersøgelse af reaktionens koncentrationsafhængighed $v=k\cdot[S_2O_3^{2-}]^x\cdot[H^+]^y$

Resultatbehandling
1. Hvorfor er svovl uopløseligt i vand?
2. Forklar kort hvorfor reaktionen mellem thiosulfat og syre kaldes en redoxreaktion.
3. På baggrund af resultaterne skema 1 ønskes optegnet en graf der beskriver hastigheden (udtrykt ved $1/\Delta t$) som funktion af temperaturen. Kommenter grafens udseende kemisk og matematisk.
4. Optegn herefter dataene fra skema 1 på følgende måde: logaritmen til hastigheden ($1/\Delta t$) som funktion af $1/T$ og kommenter grafens udseende (Jvf. fodnote).
5. Bestem Ea og forklar hvad Ea (aktiveringsenergien) er for en størrelse.

[1] Hastighedens temperaturafhængihed kan matematisk skrives $1/\Delta = K\cdot e^{(-Ea/RT)}$ hvor R= 8,31j/mol·K og Ea er aktiveringsenergien og T er temperaturen i Kelvin

6. Plot reaktionshastigheden 1/Δt som funktion af koncentrationen af $[S_2O_3^{2-}]$ og kommenter grafens udseende matematisk.
7. Plot reaktionshastigheden 1/Δt som funktion af koncentrationen af $[H^+]$ og kommenter grafens udseende matematisk.

I deløvelse 2 skal du følge dannelsen af carbondioxid ved reaktionen imellem granuleret marmor og saltsyre.

Teori (del 2)
Reaktionen nedenfor er en syre-basereaktion og reaktionsskemaet for reaktionen ser således ud:

$CaCO_3(s) + 2\ HCl(aq) \rightarrow \quad CO_2(g) + CaCl_2(aq) + H_2O(l)$

Udstyr**:** Bægerglas 100 ml, urglas, vægt, stopur

Kemikalier**:** 1M HCl , $CaCO_3$ (s)

Fremgangsmåde:
For at undersøge forløbet af reaktionen måles masseændringen (Δm) af blandingen som funktion af tiden. Alternativt kan man vælge at måle volumen af den udviklede gas som funktion af tiden.
På en vægt anbringes et 250 mL bægerglas.
I bægerglasset anbringes 50 mL saltsyre (1M)
Der afvejes 2,0 g granuleret marmor på et urglas
Det hele anbringes på vægtskålen og vægten tareres.
Nu hældes marmor ned i bægerglasset samtidig med at du starter et ur.
Aflæs nu sammenhørende værdier af massen og tiden.
Når massen ikke længere ændrer sig nævneværdigt stoppes forsøget.
Du må selv vælge passende aflæsningsintervaller eller anvende de fortrykte i skemaet nedenfor.

Måleresultater

Tid [sek]	Masse [g]	C_{HCl} beregnet [mol/l]	Tid [sek]	Masse [g]	C_{HCl} beregnet [mol/l]
0					
10					
20					
30					
60					
90					
120					
150					
180					
210					
240					

Resultatbehandling.
1. Forklar hvorfor reaktionen kaldes en syre/base reaktion.
2. På baggrund af forsøgsdataene og reaktionsskemaet beregnes koncentrationen af HCl til de forskellige tidspunkter anført i skemaet ovenfor.
3. Lav en grafisk afbildning af koncentrationen af HCl som funktion af tiden. Plot (t, C)
4. Bestem hastigheden for omdannelsen til tiderne: 10 sek., 60 sek. 150 sek. og 240 sek.

Tid [s]	Koncentration [mol/l]	Hastighed [mol/l / s]
10		
60		
150		
240		

5. Lav et plot af hastigheden som funktion af koncentrationen og angiv en funktionsforskrift (angiv funktionstypen.)
6. Giv en kort forklaring på hvorfor hastigheden afhænger af koncentrationen

6.5 Geometri/trigonometri og rumlige figurer: Putteboks

Formålet med projektet er at anvende viden om geometri, trigonometri i praksis.
Projektet kan evt. udføres i samarbejde med teknologi eller lign.

På næste side ses et eksempel på en putteboks.

En virksomhed, der ønsker at producere PUTTEBOKSEN, skal have lavet beregninger og arbejdstegninger, der opfylder kravene beskrevet nedenfor.

Putteboksens ydre geometriske form er underordnet.

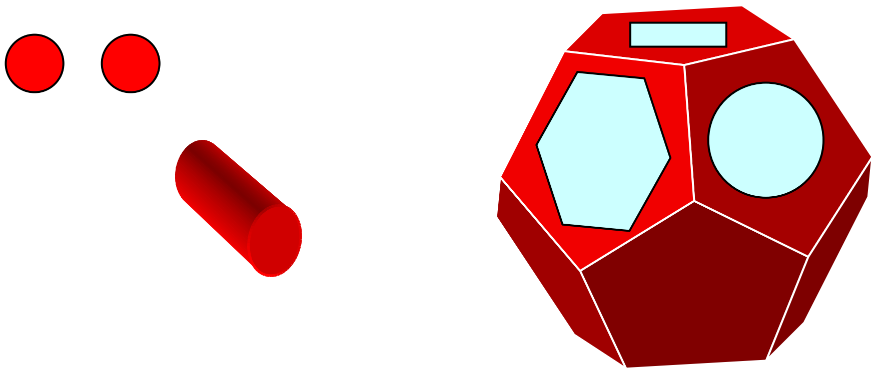
Følgende krav skal være opfyldt.

- Størrelsen på putteboksen er begrænset af, at den skal kunne være i en papkasse, der har følgende dimensioner 150mm x 150 mm x 150mm.

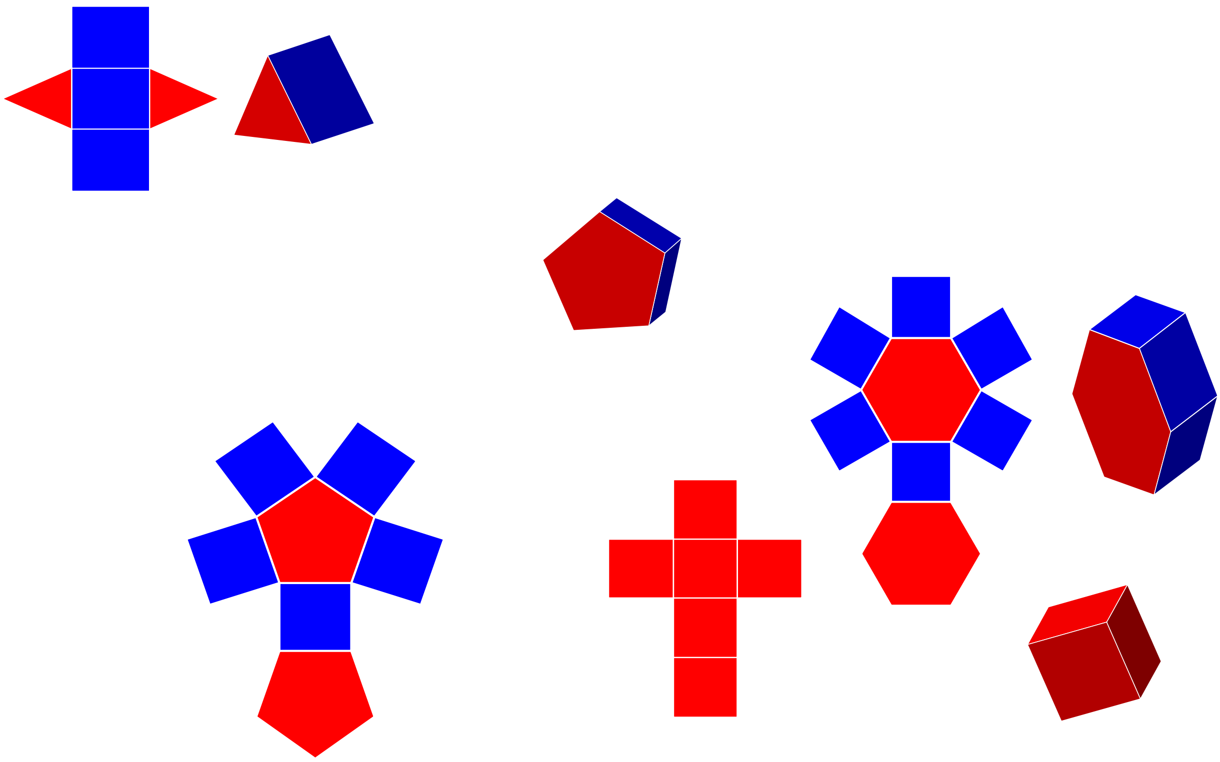
- Der skal fremstilles minimum 3 putte figurer og alle figurerne skal være legemer hvis endeflader er ens og parallelle, se eksemplerne nedenfor.

- Da en putteboks anvendes af børn under 36 mdr. er der krav til størrelsen af ”putte” figurerne; da de ikke må kunne sluges. Figurerne <u>må derfor ikke</u> anvendes hvis de kan være i en cylinder, der har en diameter på 44,5 mm og en højde på 64 mm.

Putteboks



Eksempler på figurer (udfoldningstegning og rumlig opbygning)
Find selv på flere



6.6 Landmåling

På følgende adresse: http://www.geomat.dk/landmaaling/
findes undervisningsmateriale til gymnasiebrug om landmåling med et matematisk og historisk sigte.

Siden indeholder både teori og beskrivelse af praktiske forløb i forbindelse med landmåling.

6.7 Oversigt over projekter fra IT-forsøget i mat B 2001-2006 samt prøven i 2007

Typeopgave 1 2000:
- Emne 1: Gågadeoverdækning
- Emne 2: Rutschebane

Typeopgave 2 2001:
- Emne 1: Tilbygning
- Emne 2: Regnvandsbassin

Eksamen 2001:
- Emne 1: Vægdrejekran
- Emne 2: Vandkar

Eksamen 2002:
- Emne 1: Billund lufthavn
- Emne 2: Vejgennemføring

Eksamen 2003:
- Emne 1: Brokonstruktion
- Emne 2: Design af havegrill

Eksamen 2004:
- Emne 1: Solenergi
- Emne 2: Design af bænk

Eksamen 2005:
- Emne 1: Legeredskaber
- Emne 2: Design, emballage og logistik

Eksamen 2006:
- Emne 1: Musikfestival
- Emne 2: Betonkonstruktioner

Eksamen 2007:
- Alssundbroen med tilkørselsveje

Eksamen 2008:
- Design af cykel